Klausur Stochastik und Statistik (WS 2008/09)

Aufgabe:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	$\sum$
Pkt. mgl.	2	1	1	1	8	4	4	2	7	2	2	2	2	2	2	1	3	2	2	50
Pkt erreicht:																				

Name, Vorname: Matrikelnummer:

Fachrichtung:

Unter der folgenden Nummer finden Sie Ihr Ergebnis später im Internet:

S	I	9	1			

Diese Klausur wird nur dann als Prüfung gewertet, wenn Sie im Prüfungsamt angemeldet sind. Ansonsten werden die Ergebnisse nur für einen Schein gewertet.
Lesen Sie die Aufgaben genau durch. Nehmen Sie für diese Klausur grundsätzlich ein α-Niveau von 5% an. **Mehrfachantworten** sind möglich. Die in Klammern angegebene Punktzahl gibt keinerlei Auskunft über die Anzahl der richtigen Antworten, sondern nur über die relative Wichtigkeit der Frage.
Ähnlichkeiten mit real existierenden Personen, Einrichtungen oder Begebenheiten sind rein zufällig und nicht beabsichtigt.

Hahnweiler II

Im Atomkraftwerk Hahnweiler II kam es 2006 zu einem Störfall bei dem möglicherweise radioaktiv verseuchter Dampf ausgetreten ist. Im Zusammenhang mit dem Störfall wurde ein Datensatz erhoben.

```
> hw2 <- read.table("HahnweilerIIa.txt", header = TRUE)
> hw2

        Vorher     Nachher
1   265.105330 1805.403892
2    21.080158   86.291274
3    16.929494   21.893979
4   185.604301  313.115558
5     3.667800    3.825932
6     4.377866   19.431063
7    22.113597  159.873805
8   104.440267   61.311049
9    37.164421  297.813939
10  386.238599   62.027612
```

```
11  24.612197  138.307547
12  47.240366  522.899977
13   3.244138   54.523074
14 131.535685  212.566465
15  33.513565   35.876246
16  75.354111  302.429333
17  33.665439  400.952974
18 911.222092  459.826706
19 257.171967  123.846405
20 257.330471  751.019671
```

```
> attach(hw2)
```

Der Datensatz umfasst die 20 Messstellen des Radioaktivitätsüberwachungsnetzes in der Umgebung von Hahnweiler II, an denen vor und nach dem Störfall Messungen der Radioaktivität vorgenommen wurden. Die Angaben sind in mBq (Millibecquerel). Die Messstellen wurden im 5km Überwachungsgebiet um Hahnweiler II bei Baubeginn zufällig ausgewählt.
Ziel der Studie ist es herauszufinden, ob sich die Radioaktivität im Überwachungsgebiet durch den Störfall erhöht hat.

Aufgabe 1: Welches Skalenniveau haben die Variablen „Vorher" und „Nachher"? (2)

Aufgabe 2: Welche Transformation bietet sich bei Variablen dieses Skalenniveaus an? (1)

Aufgabe 3: Welche Stichprobensituation liegt vor? (1)

Aufgabe 4: Auf welchen Aspekt / welche Größe soll getestet werden? (1)

```
> par(mfrow = c(3, 2))
> plot(Vorher, Nachher)
> boxplot(hw2)
> qqnorm(Vorher - Nachher, sub = "Vorher-Nachher")
> boxplot(Vorher - Nachher, ylab = "Vorher-Nachher")
> boxplot(log(Vorher) - log(Nachher), ylab = "log(Vorher)-log(Nachher)")
> stripchart(list(Vorher = Vorher, Nachher = Nachher), method = "stack")
```

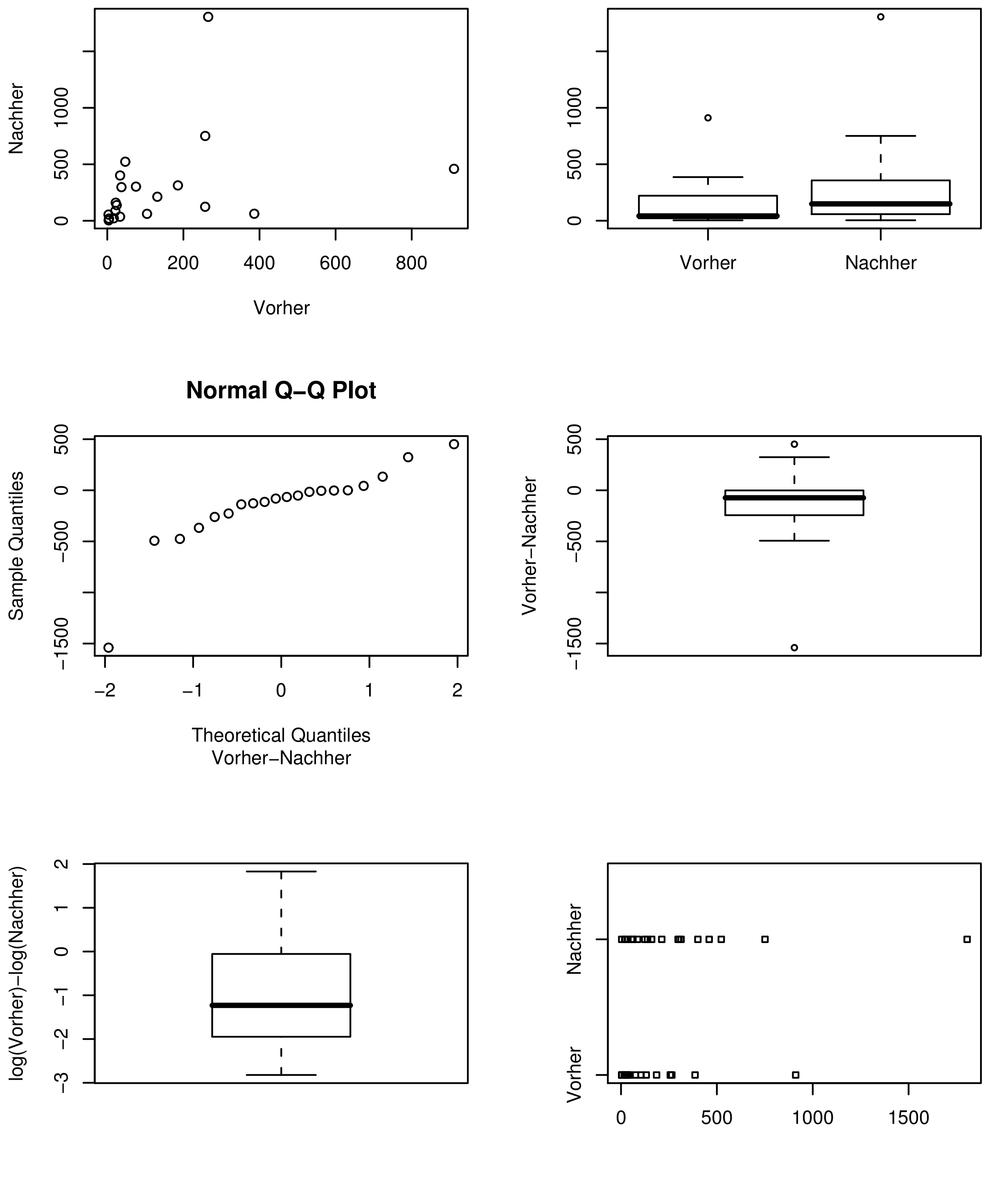

Abbildung 1: Graphiken zum Datensatz Hahnweiler II

Tests

Auf den Seiten 6-10 finden Sie eine Reihe von Problemstellungen und eine Reihe von Tests. Tragen Sie den passenden Test-Buchstaben beim Problem ein und beantworten Sie anschließend die Fragen zum jeweiligen Test beim Problem.

Welcher Test sollte verwendet werden,...

Aufgabe 5: ☐ **...um die Zielstellung der Studie zu lösen?** (1)

Wie lauten die Voraussetzungen dieses Tests und welche sind erfüllt? (4)

War der Test signifikant? (1)

Geben sie die Schlussfolgerungen, die man daraus ziehen kann, in allgemein verständlicher Weise wieder? (2)

Aufgabe 6: ☐ **...um eine eventuelle Normalverteilungsvoraussetzung zu prüfen, wenn man entscheiden möchte, ob man hierfür den parametrischen (d.h. normalverteilungsbasierten) oder den nichtparametrischen Test verwenden sollte?** (1)

Sind die Voraussetzungen dieses Tests erfüllt? Wenn nein, welche nicht? (1)

War der Test signifikant? (1)

Was ist das Ergebnis? (1)

Aufgabe 7: ☐ **. . . um zu zeigen, dass die Messungen Vorher und Nachher an der gleichen Messstelle stochastisch abhängig sind?** (1)

Sind die Voraussetzungen dieses Tests erfüllt? Wenn nein, welche nicht? (1)

War der Test signifikant? (1)

Was ist das Ergebnis? (1)

Aufgabe 8: Der Betreiber behauptet, dass mit dieser Studie mittels des Zweistichproben t-Testes bewiesen wurde, dass durch den Störfall keine Radioaktivität ausgetreten ist. Kommentieren Sie diese Behauptung! (2)

Hier kommen die Tests:

a) Zwei Stichproben t-Test für „Vorher“ und „Nachher“
b) Welch's t-Test für Vorher und Nachher
c) Wilcoxon Rang Summen Test für Vorher und Nachher
d) Gepaarter t-Test für Vorher und Nachher
e) Wilcoxon Vorzeichen Rang Test für Vorher und Nachher
f) Shapiro Wilk Test für die Differenz von Vorher und Nachher
g) Shapiro Wilk Tests für Vorher und Nachher
h) Zwei Stichproben Kolmogorov-Smirnov Tests für Vorher und Nachher
i) Pearson Korrelationstest für „Vorher“ und „Nachher“
j) Spearman Korrelationstest für „Vorher“ und „Nachher“
k) Zwei Stichproben t-Test für log(Vorher) und log(Nachher)
l) Welch's t-Test für log(Vorher) und log(Nachher)
m) Wilcoxon Rang Summen Test für log(Vorher) und log(Nachher)
n) Gepaarter t-Test für log(Vorher) und log(Nachher)
o) Wilcoxon Vorzeichen Rang Test für log(Vorher) und log(Nachher)
p) Shapiro Wilk Test für die Differenz von log(Vorher) und log(Nachher)
q) Shapiro Wilk Tests für log(Vorher) und log(Nachher)

a) **Zwei Stichproben t-Test für „Vorher“ und „Nachher“**

```
> t.test(Nachher, Vorher, var.equal = TRUE, alt = "greater")

        Two Sample t-test

data:  Nachher and Vorher
t = 1.4619, df = 38, p-value = 0.07599
alternative hypothesis: true difference in means is greater than 0
95 percent confidence interval:
 -23.07479       Inf
sample estimates:
mean of x mean of y
 291.6618  141.0806
```

b) **Welch’s t-Test für Vorher und Nachher**

```
> t.test(Nachher, Vorher, var.equal = FALSE, alt = "greater")

        Welch Two Sample t-test

data:  Nachher and Vorher
t = 1.4619, df = 28.6, p-value = 0.07733
alternative hypothesis: true difference in means is greater than 0
95 percent confidence interval:
 -24.51234       Inf
sample estimates:
mean of x mean of y
 291.6618  141.0806
```

c) **Wilcoxon Rang Summen Test für Vorher und Nachher**

```
> wilcox.test(Nachher, Vorher, var.equal = FALSE, alt = "greater")

        Wilcoxon rank sum test

data:  Nachher and Vorher
W = 271, p-value = 0.02794
alternative hypothesis: true location shift is greater than 0
```

d) **Gepaarter t-Test für Vorher und Nachher**

```
> t.test(Nachher, Vorher, paired = TRUE, alt = "greater")

        Paired t-test

data:  Nachher and Vorher
t = 1.6853, df = 19, p-value = 0.05415
alternative hypothesis: true difference in means is greater than 0
95 percent confidence interval:
 -3.918883       Inf
sample estimates:
mean of the differences
               150.5812
```

e) **Wilcoxon Vorzeichen Rang Test für Vorher und Nachher**

```
> wilcox.test(Nachher, Vorher, paired = TRUE, alt = "greater")

        Wilcoxon signed rank test

data:  Nachher and Vorher
V = 162, p-value = 0.01638
alternative hypothesis: true location shift is greater than 0
```

f) **Shapiro Wilk Test für die Differenz von Vorher und Nachher**

```
> shapiro.test(Nachher - Vorher)

        Shapiro-Wilk normality test

data:  Nachher - Vorher
W = 0.7873, p-value = 0.0005615
```

g) **Shapiro Wilk Tests für Vorher und Nachher**

```
> shapiro.test(Vorher)

        Shapiro-Wilk normality test

data:  Vorher
W = 0.6524, p-value = 1.081e-05

> shapiro.test(Nachher)

        Shapiro-Wilk normality test

data:  Nachher
W = 0.654, p-value = 1.128e-05
```

h) **Zwei Stichproben Kolmogorov-Smirnov Tests für Vorher und Nachher**

```
> ks.test(Nachher, Vorher, alt = "greater")

        Two-sample Kolmogorov-Smirnov test

data:  Nachher and Vorher
D = 0.35, p-value = 0.1745
alternative hypothesis: two-sided
```

i) **Pearson Korrelationstest für „Vorher“ und „Nachher“**

```
> cor.test(Nachher, Vorher)

        Pearson's product-moment correlation

data:  Nachher and Vorher
t = 1.3443, df = 18, p-value = 0.1955
alternative hypothesis: true correlation is not equal to 0
95 percent confidence interval:
 -0.1621378  0.6567862
sample estimates:
      cor
0.3020552
```

j) **Spearman Korrelationstest für „Vorher“ und „Nachher“**

> cor.test(Nachher, Vorher, method = "spearman")

```
        Spearman's rank correlation rho

data:  Nachher and Vorher
S = 452, p-value = 0.001971
alternative hypothesis: true rho is not equal to 0
sample estimates:
      rho
0.6601504
```

k) **Zwei Stichproben t-Test für log(Vorher) und log(Nachher)**

> t.test(log(Nachher), log(Vorher), var.equal = TRUE, alt = "greater")

```
        Two Sample t-test

data:  log(Nachher) and log(Vorher)
t = 1.908, df = 38, p-value = 0.03198
alternative hypothesis: true difference in means is greater than 0
95 percent confidence interval:
 0.1068486       Inf
sample estimates:
mean of x mean of y
 4.875798  3.957702
```

l) **Welch’s t-Test für log(Vorher) und log(Nachher)**

> t.test(log(Nachher), log(Vorher), var.equal = FALSE, alt = "greater")

```
        Welch Two Sample t-test

data:  log(Nachher) and log(Vorher)
t = 1.908, df = 37.716, p-value = 0.03201
alternative hypothesis: true difference in means is greater than 0
95 percent confidence interval:
 0.1066957       Inf
sample estimates:
mean of x mean of y
 4.875798  3.957702
```

m) **Wilcoxon Rang Summen Test für log(Vorher) und log(Nachher)**

> wilcox.test(log(Nachher), log(Vorher), var.equal = FALSE, alt = "greater")

```
        Wilcoxon rank sum test

data:  log(Nachher) and log(Vorher)
W = 271, p-value = 0.02794
alternative hypothesis: true location shift is greater than 0
```

n) **Gepaarter t-Test für log(Vorher) und log(Nachher)**

```
> t.test(log(Nachher), log(Vorher), paired = TRUE, alt = "greater")

        Paired t-test

data:  log(Nachher) and log(Vorher)
t = 3.245, df = 19, p-value = 0.002131
alternative hypothesis: true difference in means is greater than 0
95 percent confidence interval:
 0.4288747       Inf
sample estimates:
mean of the differences
              0.9180963
```

o) **Wilcoxon Vorzeichen Rang Test für log(Vorher) und log(Nachher)**

```
> wilcox.test(log(Nachher), log(Vorher), paired = TRUE, alt = "greater")

        Wilcoxon signed rank test

data:  log(Nachher) and log(Vorher)
V = 175, p-value = 0.003648
alternative hypothesis: true location shift is greater than 0
```

p) **Shapiro Wilk Test für die Differenz von log(Vorher) und log(Nachher)**

```
> shapiro.test(log(Nachher) - log(Vorher))

        Shapiro-Wilk normality test

data:  log(Nachher) - log(Vorher)
W = 0.9602, p-value = 0.5472
```

q) **Shapiro Wilk Tests für log(Vorher) und log(Nachher)**

```
> shapiro.test(log(Vorher))

        Shapiro-Wilk normality test

data:  log(Vorher)
W = 0.9608, p-value = 0.56

> shapiro.test(log(Nachher))

        Shapiro-Wilk normality test

data:  log(Nachher)
W = 0.9758, p-value = 0.87
```

Verteilungen

Aufgabe 9: Ordnen Sie den folgenden Verteilungen und Methoden Ihre Anwendungssituationen zu:

☐	Binomialverteilung	☐	Exponentialverteilung
☐	Hypergeometrische Verteilung	☐	Gumbel Verteilung
☐	Normalverteilung	☐	Geometrische Verteilung
☐	Frèchet-Verteilung	☐	1-(1-F(x))^3

a) Wie ist die Lebensdauer eines Rohres in einem Reaktor verteilt, wenn man davon ausgeht, das dieses nicht altert? (1)

b) Ein Reaktor in einem Erdbebengebiet sollte einiges aushalten. Um das zu gewährleisten fragt man nach der Verteilung der maximalen Erdbebenstärke der nächsten hundert Jahre. (1)

c) Zwei von zwanzig Ventilen sind defekt. Man überprüft aber nur zehn. Wie ist die Anzahl der kaputten Ventile unter den zehn überprüften verteilt? (1)

d) Von zehn Temperatursensoren im Reaktorkern geht jeder dieser Sensoren mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,01 innerhalb einer Wartungsperiode kaputt. Wie ist die Anzahl der defekten Sensoren innerhalb einer Wartungsperiode verteilt? (1)

e) Das Gewicht eines Brennstabes sei im Mittel μ und habe eine Streuung σ, wie ist das Gesamtgewicht von den 365 Brennstäben im Kern verteilt? (1)

f) Bei einem Anlassversuch springt ein Notstromaggregat mit 99%-iger Sicherheit an. Wie oft muss das Notstromaggregat angelassen werden, bis es startet? (1)

g) Die Steuerung eines Regelstabes funktioniert, wenn der Steuercomputer, die Stromleitungen und der Elektromotor funktionieren. Die Betriebsdauer all dieser Elemente folgt der gleichen Verteilung, wie ist die Gesamtbetriebsdauer der Steuerung verteilt? (1)

Kombinatorik / Grundlagen

Aufgabe 10: Ein Autohersteller bietet sein Automodell in vier verschiedenen Farben, mit vier unterschiedlichen Motoren, vier verschiedenen Radios und in vier Ausstattungsvarianten an. Unter wie vielen möglichen Kombinationen kann der Kunde sein Auto wählen? (2)

Aufgabe 11: Eine Spedition habe drei LKW für insgesamt sieben nicht unterscheidbare Europaletten zur Verfügung. Wie viele Möglichkeiten gibt es die Paletten auf die LKW zu verteilen? (2)

Aufgabe 12: In der Firma DeBeer, welche mit sehr wertvollen Rohstoffen arbeitet, gilt das „vier Augen Prinzip“. Es darf also nur in zweier Teams gearbeitet werden. Wie viele Möglichkeiten gibt es in einer Firma mit 36 Mitarbeitern ein Arbeitspaar für einen Auftrag zusammenzustellen? (2)

Aufgabe 13: Bei DeBeer werden Mitarbeiter in zwei verschiedene Sicherheitsstufen eingeteilt. In besonders brisanten Fällen muss ein Team aus einem Mitarbeiter der Stufe 1 und einem Mitarbeiter der Stufe 2 zusammengestellt werden. Von den 36 Arbeiter erhalten 14 die Stufe 1, alle anderen werden in Stufe 2 eingegliedert. Wie viele Möglichkeiten gibt es nun ein Paar für einen Auftrag zusammenzustellen? (2)

Aufgabe 14: Auf einem Jahrmarkt gibt es ein Glücksrad mit 10 Feldern, 8 schwarze und 2 gelbe. Der Spieler gewinnt, wenn er das Rad auf ein gelbes Feld dreht. Das Spiel wird spätestens abgebrochen, wenn der Spieler gewinnt. In jeder Runde gibt es unterschiedliche Preise zu gewinnen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, beim dritten Versuch zu gewinnen? (2)

Zuverlässigkeit

Atomreaktoren haben in der Regel die Eigenschaft, dass sie nicht einfach an- und abgeschaltet werden können, sondern hierfür längere Hochfahr- und Runterfahrprozesse notwendig sind. Zur Steuerung und Kontrolle sind Messfühler für verschiedene Prozessparameter (Temperatur, Druck etc.) in den Reaktor eingebaut, die nur bei heruntergefahrener und leerem Reaktor repariert und ausgetauscht werden können. Die Zuverlässigkeit der Ermittlung der Daten der Messfühler ist deshalb für die Reaktoren entscheidend.

Die verwendeten Messfühler bestehen deshalb aus fünf unabhängig arbeitenden Sensoren. Die Werte der Sensoren werden automatisch der Größe nach geordnet und der Median als Messwert weitergeleitet. Defekte Sensoren ermitteln mit Wahrscheinlichkeit 0,5 einen erheblich zu großen bzw. auch mit Wahrscheinlichkeit 0,5 einen erheblich zu niedrigen Messwert. Defekte Sensoren zeigen praktisch sehr unterschiedliche Werte an.

Diese Erfahrungstatsache wird zur Generierung einer Statusanzeige der Messfühler benutzt. Ist die Differenz aus den maximalen und minimalen Sensorwerten größer als ein Schwellwert, so wird der Status *gelb* (Messfühler schadhaft) angezeigt. Übersteigt auch der Viertelwertabstand (Differenz des viertgrößten und zweitgrößten Wertes) den Schwellwert, so kommt der Status *rot* (Messwert unbrauchbar) zur Anzeige. Der Schwellwert wurde so gewählt, dass normale zufällige Fehler in der Ermittlung der Messwerte der Sensoren keine Fehlinterpretation ergeben. Keine Schwellwertüberschreitungen ergeben den Status *grün* (alle Sensoren funktionieren).

Die Wahrscheinlichkeit für den Ausfall eines Sensors beträgt für ein in Betracht gezogenes Wartungsintervall 0,01.

Aufgabe 15: Welchen Verteilungsmodell mit welchen Parametern wählen Sie für die Anzahl defekter Sensoren in einem Messfühler? (2)

Aufgabe 16: Zum Ermitteln des Anzeigewertes werden die geordneten Reihenfolgen der Werte der Sensoren benötigt. Wie viele verschiedene Reihenfolgen gibt es? (1)

Aufgabe 17: Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis, dass der Messfühler einen korrekten Messwert zur Anzeige bringt und alle defekten Sensoren einen zu geringen Messwert ermitteln! (3)

Aufgabe 18: Welcher Anzahl defekter Sensoren entspricht das Ereignis "*Status grün wird angezeigt*" für einen jeweiligen Messfühler? Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dieses Ereignisses! (2)

Aufgabe 19: Betrachten wir zur Vereinfachung (praktisch sind es viel mehr), dass ein Reaktor nur mit zwei Temperatur- und zwei Druckmessfühlern betrieben wird. Der Reaktor muss heruntergefahren werden, sobald nicht wenigstens ein Temperatur- und wenigstens ein Druckmessfühler den Status grün anzeigen. Für die einzelnen Sensoren (sowohl Temperatur- als auch Drucksensoren) gilt weiterhin die Ausfallwahrscheinlichkeit 0,01.

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass der Reaktor heruntergefahren werden muss! Falls Sie die vorherige Wahrscheinlichkeit nicht berechnet haben, verwenden Sie die Wahrscheinlichkeit 0,95 für das Ereignis, dass ein Messfühler den Status *grün* anzeigt. (2)