

Stochastik und Statistik

Vorlesung 3 (Graphik II)

K.Gerald van den Boogaart
<http://www.stat.boogaart.de>

Einteilung der Graphiken und Parameter

		Erste Variable	
		diskret	stetig
zweite Variable	keine	X	?
	diskret	?	?
	stetig	?	S.O.

- *stetige Daten
- diskrete Daten
- stetig–stetig
- diskret–diskret
- diskret–stetig

Diskrete Graphiken

- Kenngrößen
- Balkendiagramme
- Kuchendiagramme
- Tortendiagramm

Datensatz

```
> data(Titanic)
```

```
> ftable(Titanic, col.vars = c("Class", "Survived"))
```

		Class		1st		2nd		3rd		Crew	
		Survived		No	Yes	No	Yes	No	Yes	No	Yes
Sex	Age										
	Child	0	5	0	11	35	13	0	0		
Male	Adult	118	57	154	14	387	75	670	192		
Female	Child	0	1	0	13	17	14	0	0		
	Adult	4	140	13	80	89	76	3	20		

Kenngrößen

Anteile:

```
> margin(Titanic, "Survived")/sum(Titanic)
```

No	Yes
0.676965	0.323035

```
> margin(Titanic, "Sex")/sum(Titanic)
```

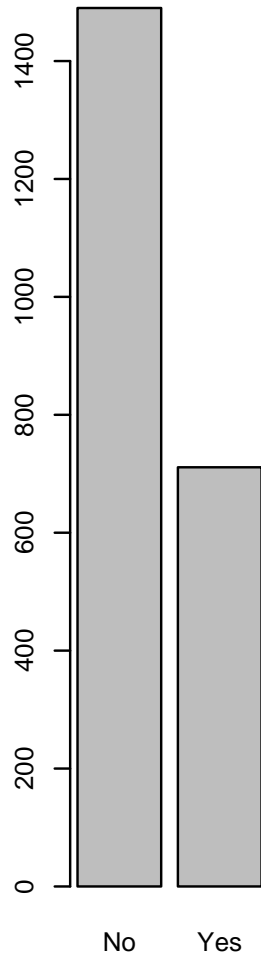
Male	Female
0.7864607	0.2135393

```
> margin(Titanic, "Class")/sum(Titanic)
```

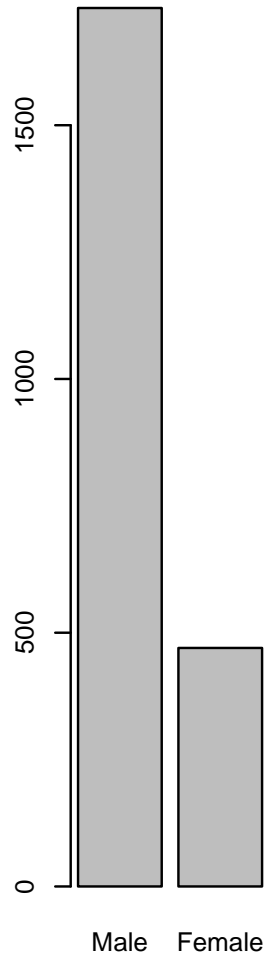
1st	2nd	3rd	Crew
0.1476602	0.1294866	0.3207633	0.4020900

Balkendiagramm

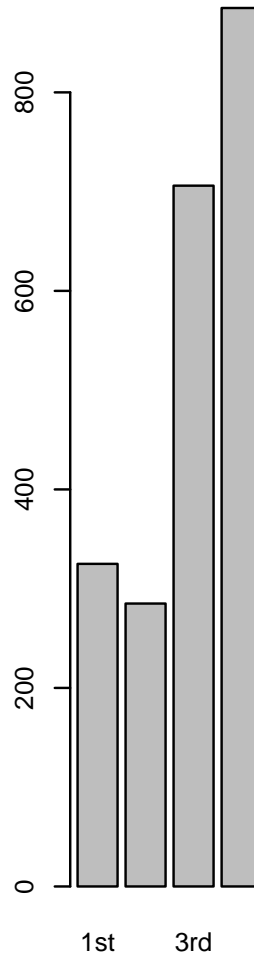
Survived



Geschlecht



Klasse

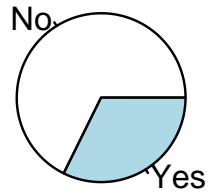


Balkendiagramm

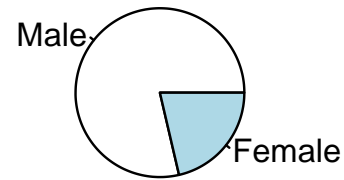
- Häufigkeiten werden als Flächen dargestellt.
- Häufigkeiten werden als Höhen dargestellt.
- Was sind die Unterschiede zum Histogramm?
- Was muß man bei ordinalen Daten beachten?

Kuchendiagramme

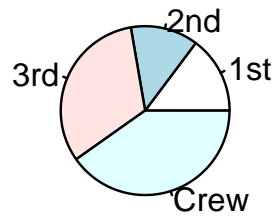
Survived



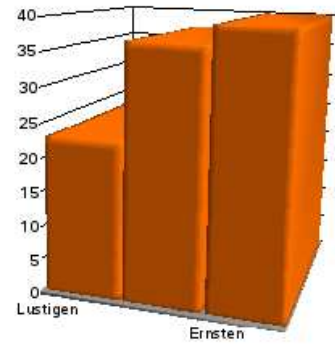

Geschlecht



Klasse



Torte oder Diät

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	Lustigen	23	Zusammensetzung des Komitees zur Aussonderung sinnloser Graphiken			Zusammensetzung nach Neuwahlen 			
2	Alternativen	37							
3	Ernstern	40							
4									
5									
6									
7									
8									
9									
10									
11									
12									
13									
14									
15									
16									
17									

Lesbare diskrete Graphiken

- Balkendiagramme

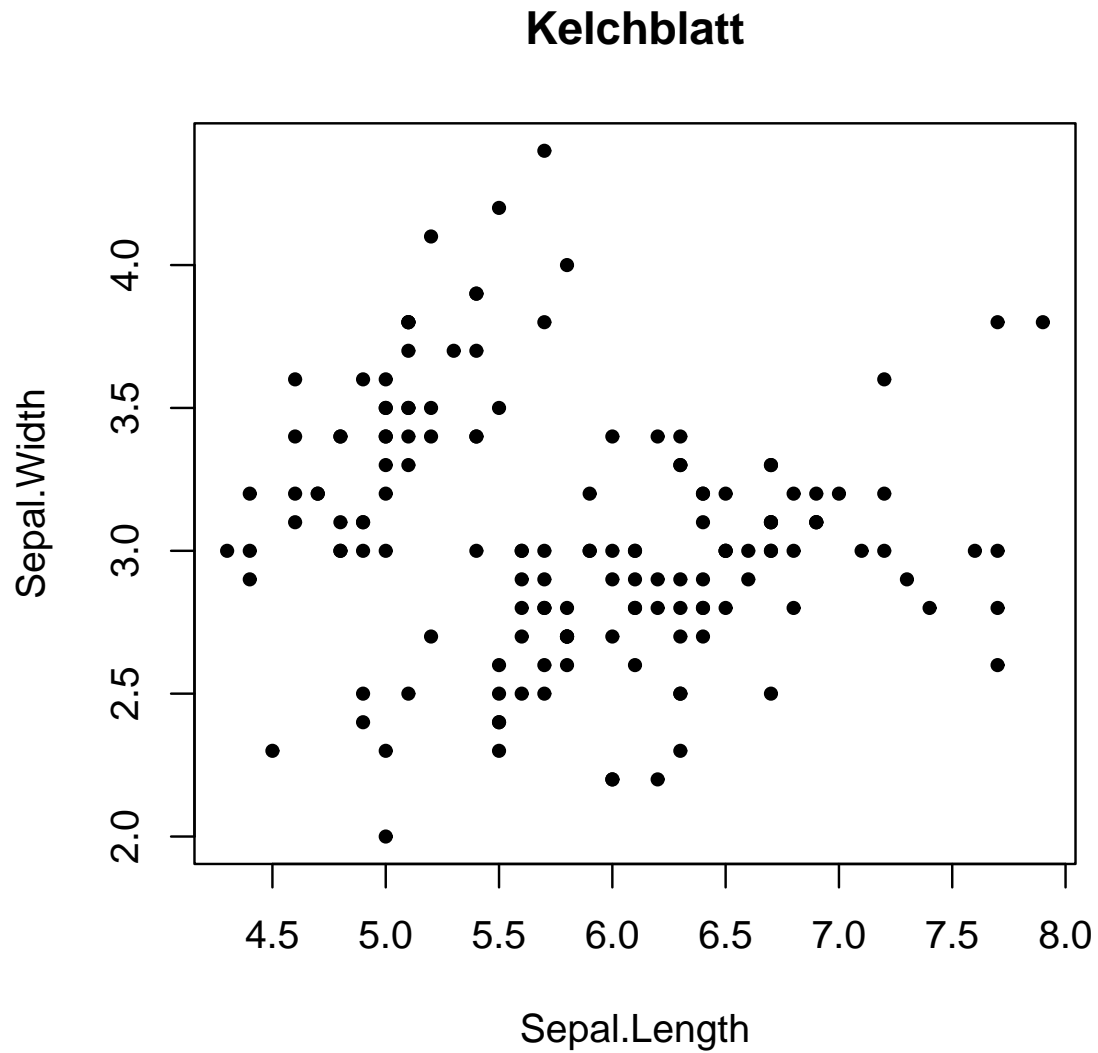
Einteilung der Graphiken

- *stetige Daten
- *diskrete Daten
- stetig–stetig
- diskret–diskret
- diskret–stetig

Stetig–Stetig

- Streudiagramm
- Kenngrößen für stetige Abhängigkeit
- QQ-plot
- Streudiagrammmatrix

Streudiagramm



Streudiagramm

- Überlagerung bei Bindungen
- Verzerrung durch Ausreißer
- Probleme bei extremer Schiefe
- Nicht: Kenngrößen, nahe Ausreißer

(Pearson) Korrelation

$$\hat{c}or(X, Y) = \frac{\hat{c}ov(X, Y)}{\sqrt{\hat{v}ar(X)\hat{v}ar(Y)}}$$

$$\hat{v}ar(X) = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$$

$$\hat{v}ar(Y) = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2$$

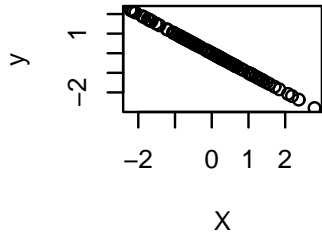
$$\hat{c}ov(X, Y) = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})$$

Theoretischen Interpretation

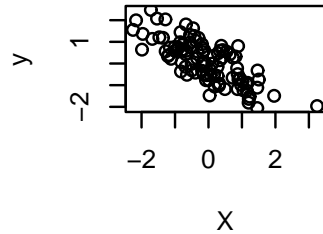
- $-1 \leq \text{cor}(X, Y) \leq 1$
- **stochastisch unabhängig**
 $\Rightarrow \text{cov}(X, Y) = 0 \Rightarrow \text{cor}(X, Y) \neq \text{cor}(X, Y) = 0$
- $\text{cor}(X, Y) = 1 \Leftrightarrow X \propto Y$
- $\text{cor}(X, Y) = -1 \Leftrightarrow X \propto -Y$

(Pearson) Korrelation

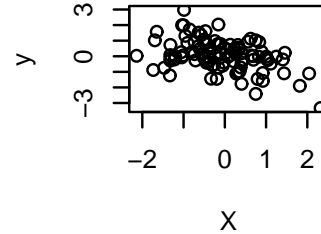
$\text{cor}(X,Y) = -1$



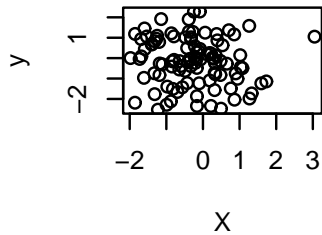
$\text{cor}(X,Y) = -0.75$



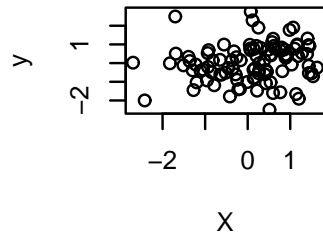
$\text{cor}(X,Y) = -0.5$



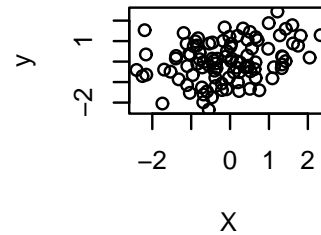
$\text{cor}(X,Y) = -0.25$



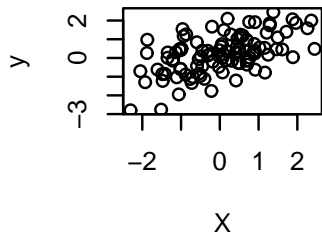
$\text{cor}(X,Y) = 0$



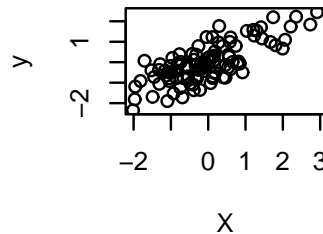
$\text{cor}(X,Y) = 0.25$



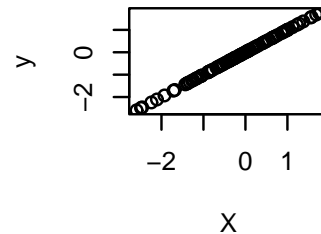
$\text{cor}(X,Y) = 0.5$



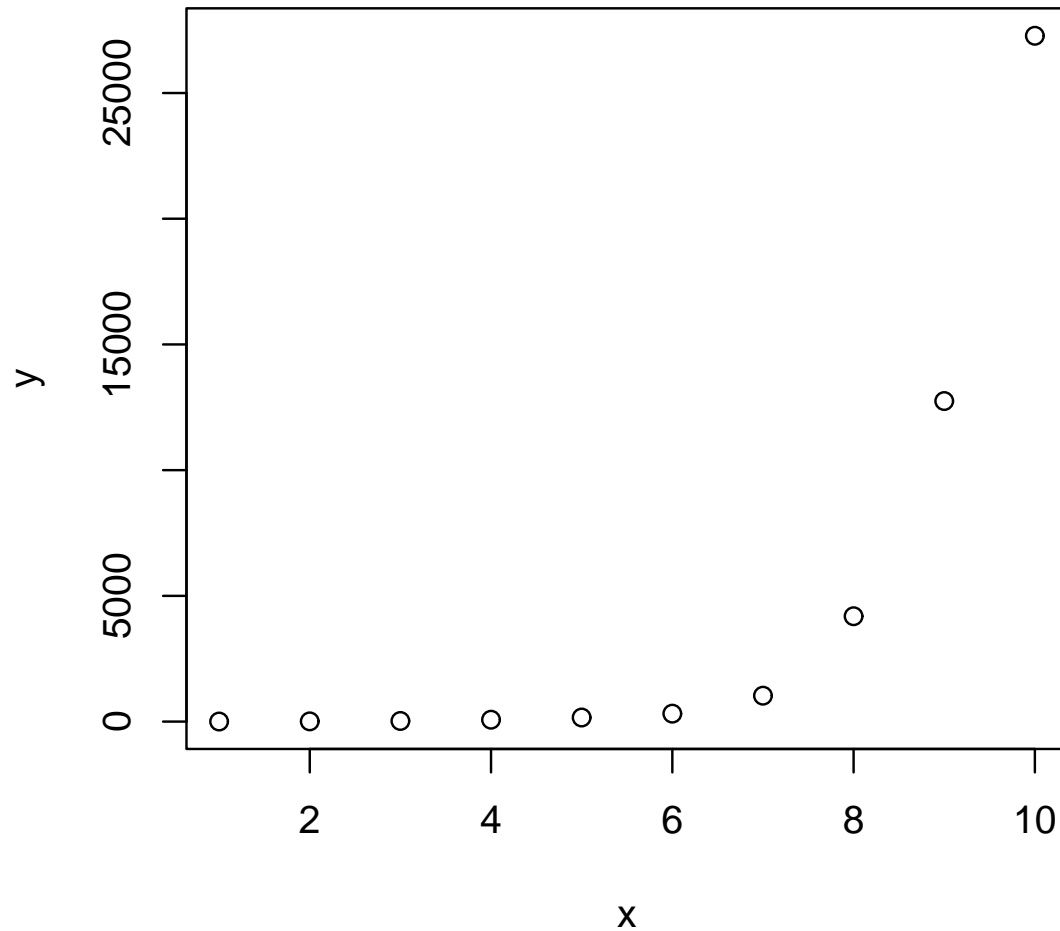
$\text{cor}(X,Y) = 0.75$



$\text{cor}(X,Y) = 1$



Motivation für Rangkorrelation



Rangziffern

$r_{\uparrow i}$ = Rang der i-ten Beobachtung

```
> x
```

```
[1] 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
```

```
> rank(x)
```

```
[1] 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
```

```
> y
```

```
[1] 1.676713 5.721011 27.071463 68.161227 94.724
```

```
[6] 289.259820 990.649030 2615.189509 10664.351592 52276.398
```

```
> rank(y)
```

```
[1] 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
```

Rangverfahren

- Idee: Ersetze Daten durch ihren Rang

Rangverfahren

- Idee: Ersetze Daten durch ihren Rang
- Vorteil: Die Auswertbarkeit ist unabhängig von der Verteilung.

Rangverfahren

- Idee: Ersetze Daten durch ihren Rang
- Vorteil: Die Auswertbarkeit ist unabhängig von der Verteilung.
- Nachteil 1: Man verliert Information.

Rangverfahren

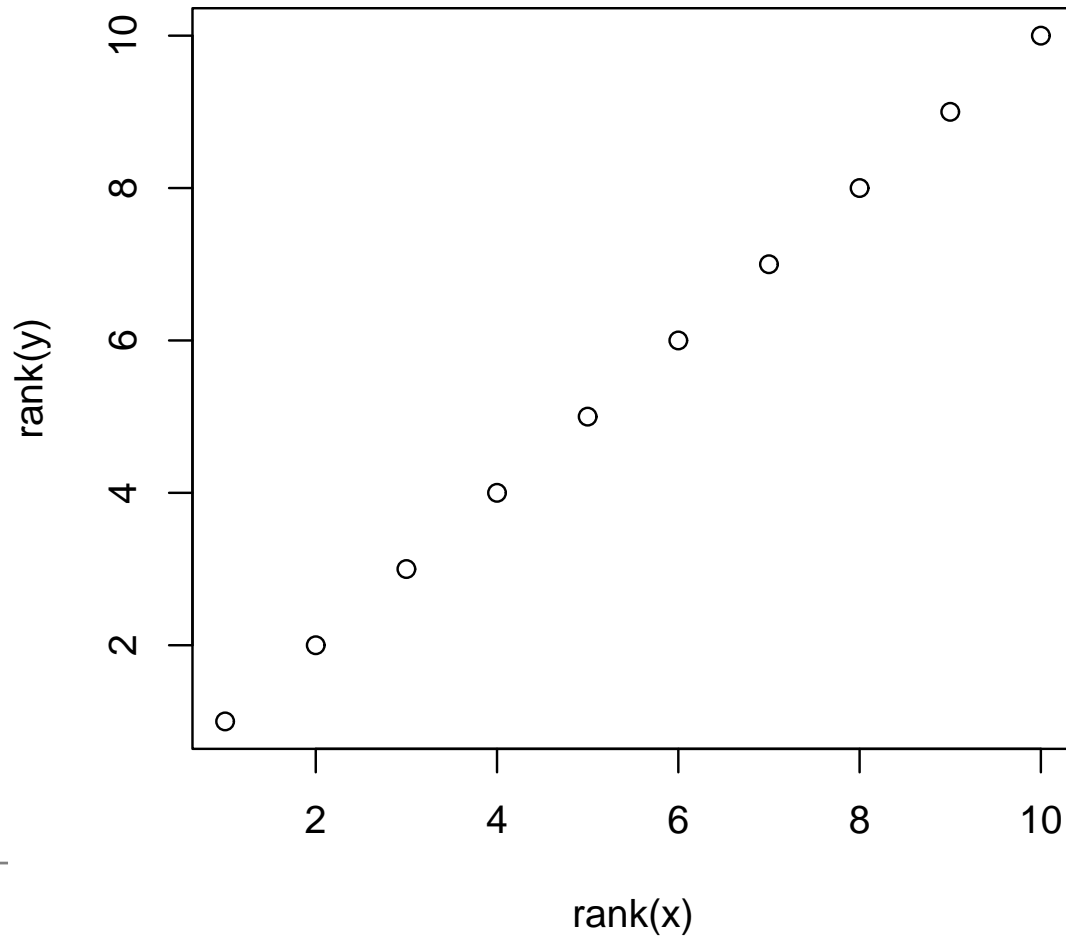
- Idee: Ersetze Daten durch ihren Rang
- Vorteil: Die Auswertbarkeit ist unabhängig von der Verteilung.
- Nachteil 1: Man verliert Information.
- Nachteil 2: Interpretation schwieriger.

Rangverfahren

- Idee: Ersetze Daten durch ihren Rang
- Vorteil: Die Auswertbarkeit ist unabhängig von der Verteilung.
- Nachteil 1: Man verliert Information.
- Nachteil 2: Interpretation schwieriger.
- Problem: Rangziffernbestimmung bei Bindungen problematisch

Spearman Korrelation

```
> plot(rank(x), rank(y))
```



Spearman Korrelation

```
> cor(rank(x), rank(y))
```

```
[1] 1
```

```
> cor(x, y, method = "spearman")
```

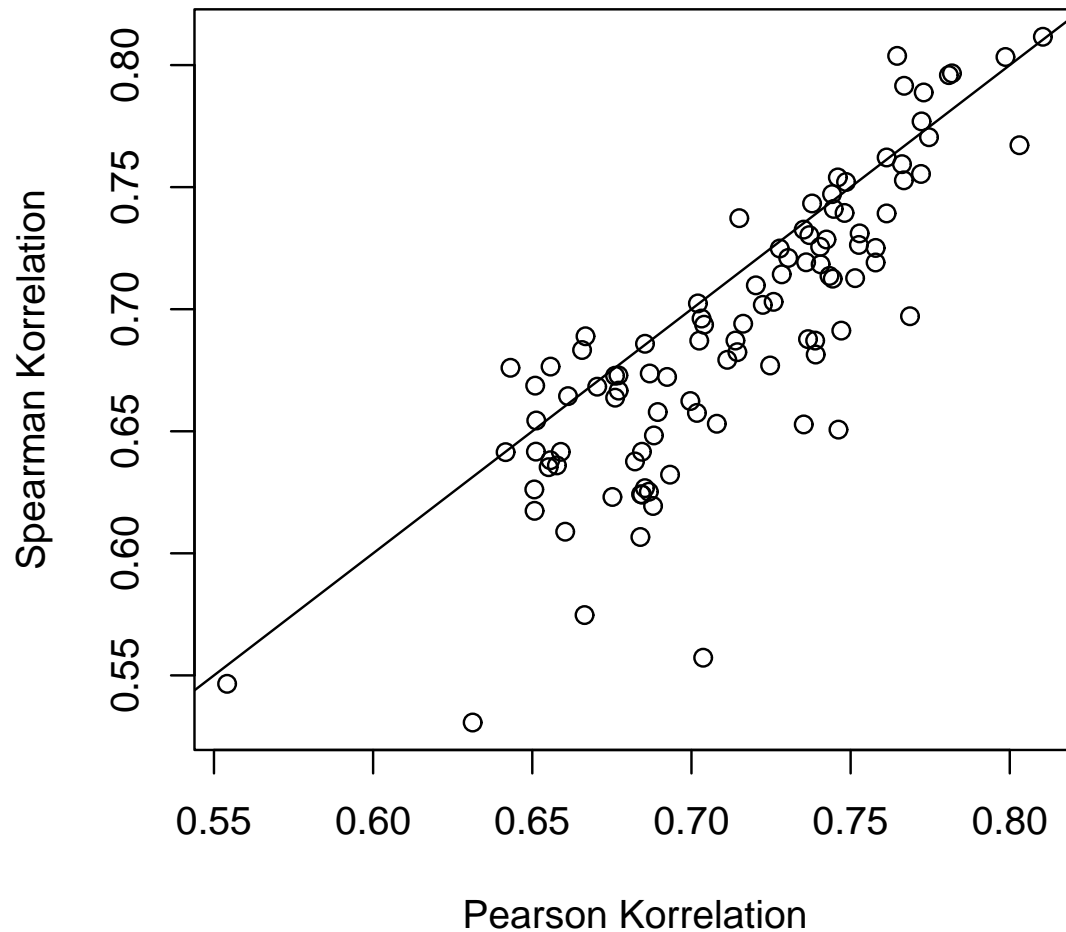
```
[1] 1
```

Vergleich

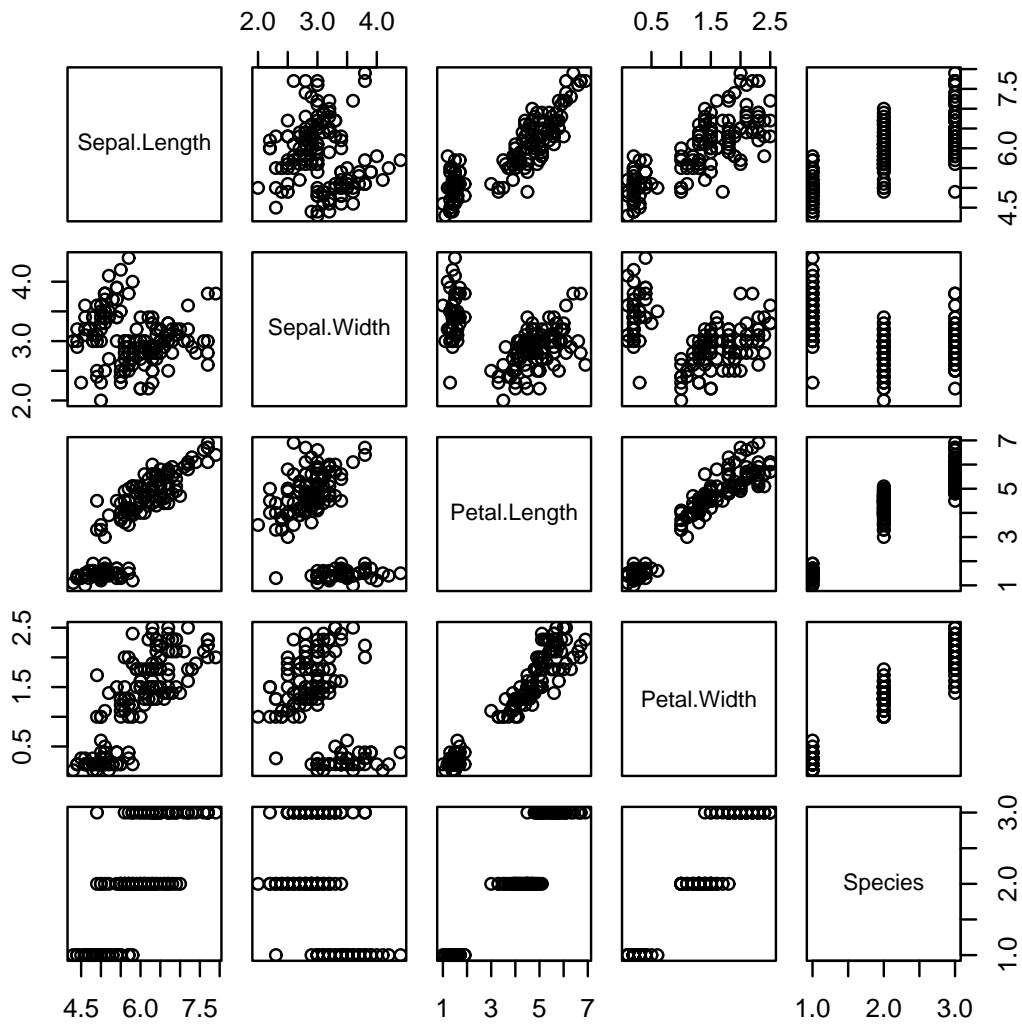
- Pearson Korrelation quantifiziert lineare Abhängigkeit
- Spearman Korrelation quantifiziert monotone Abhängigkeit

Vergleich

100 Datensätze a 100 Beobachtungen mit $\rho=0.70$



Streudiagrammmatrix



Einteilung der Graphiken

- *stetige Daten
- *diskrete Daten
- *stetig–stetig
- diskret–diskret
- diskret–stetig

diskret–diskret

- gestapelte Balkendiagramme
- parallele Balkendiagramme
- Mosaikplots

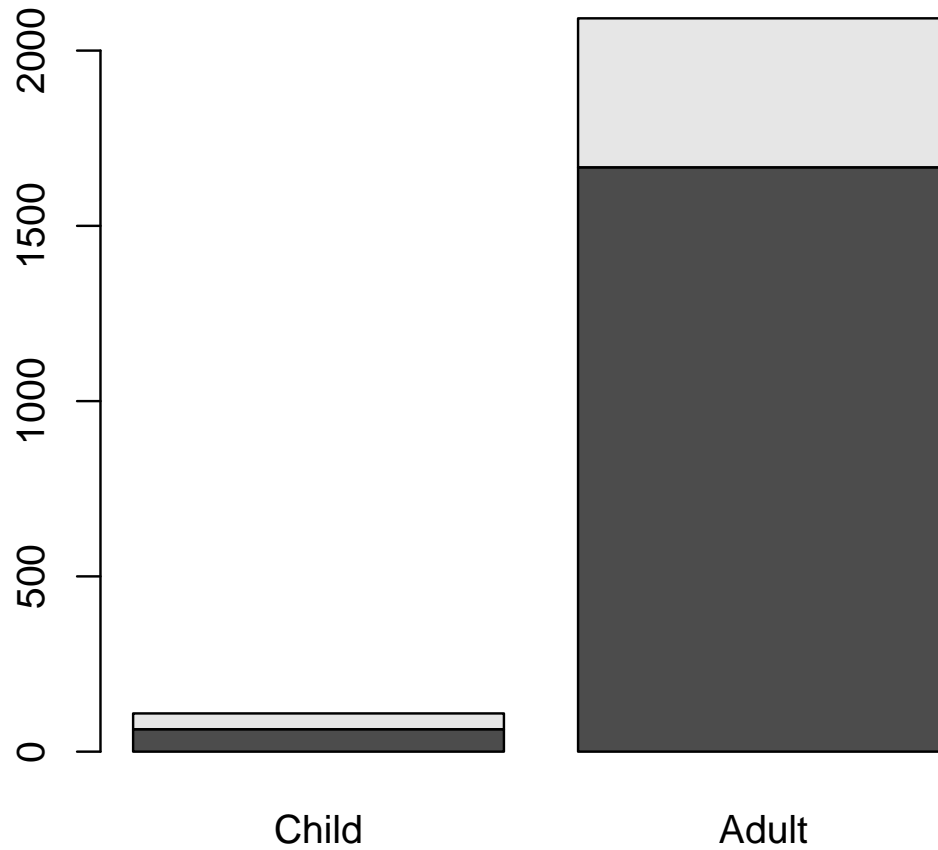
Passagiere der Titanic

```
> data(Titanic)
> X <- apply(Titanic, c(2, 3), sum)
> X
```

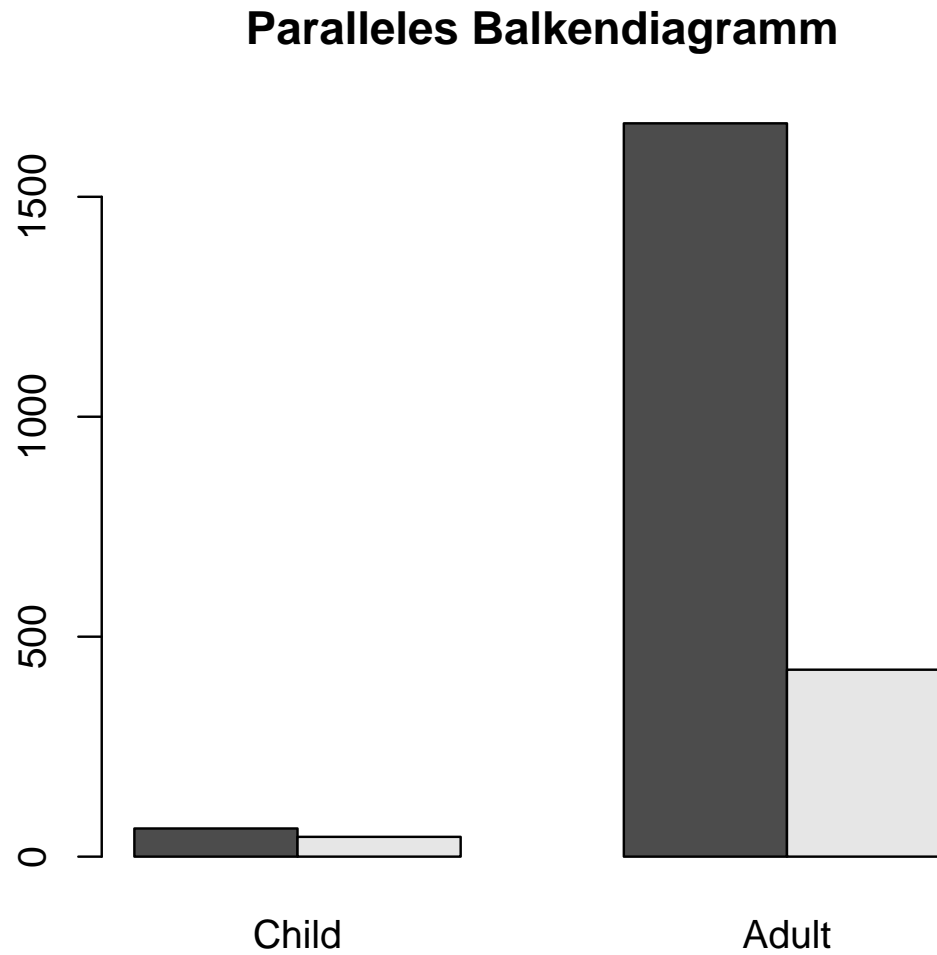
Sex	Age	
	Child	Adult
Male	64	1667
Female	45	425

gestapelte Balkendiagramme

Gestapeltes Balkendiagramm



parallele Balkendiagramme



Vorbereitung auf Mosaikplot

Mosaikplot

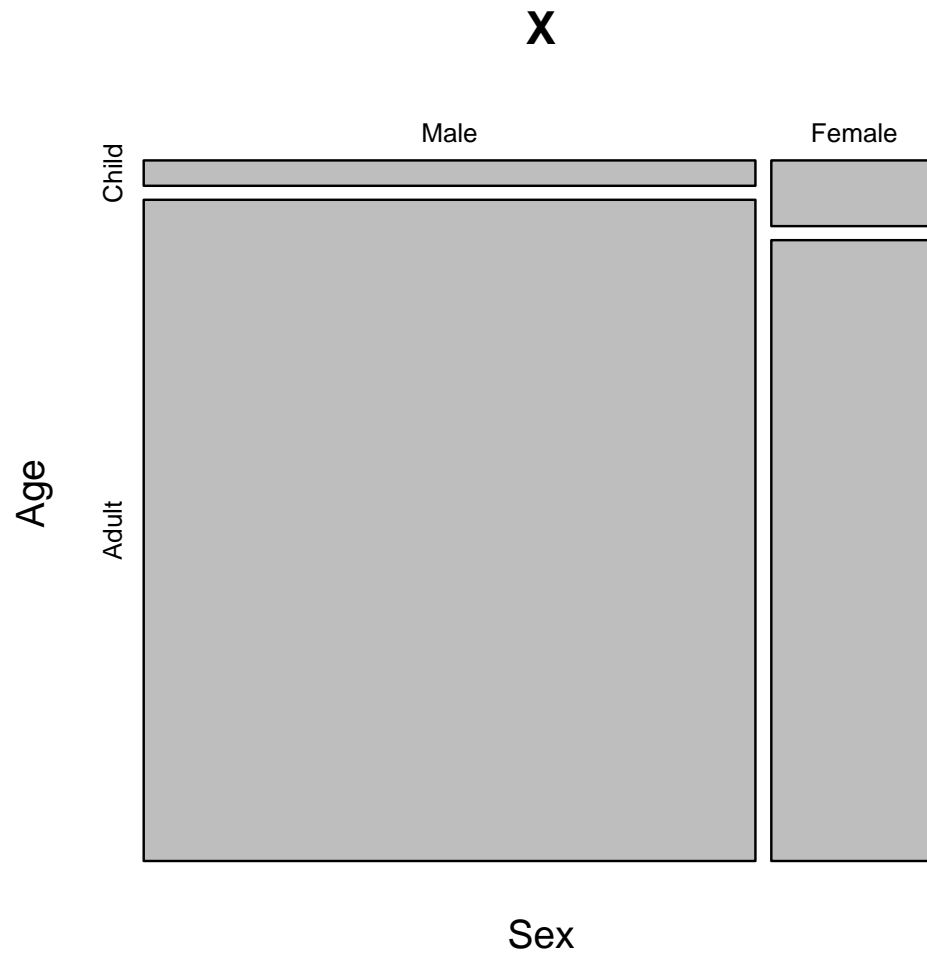
Male



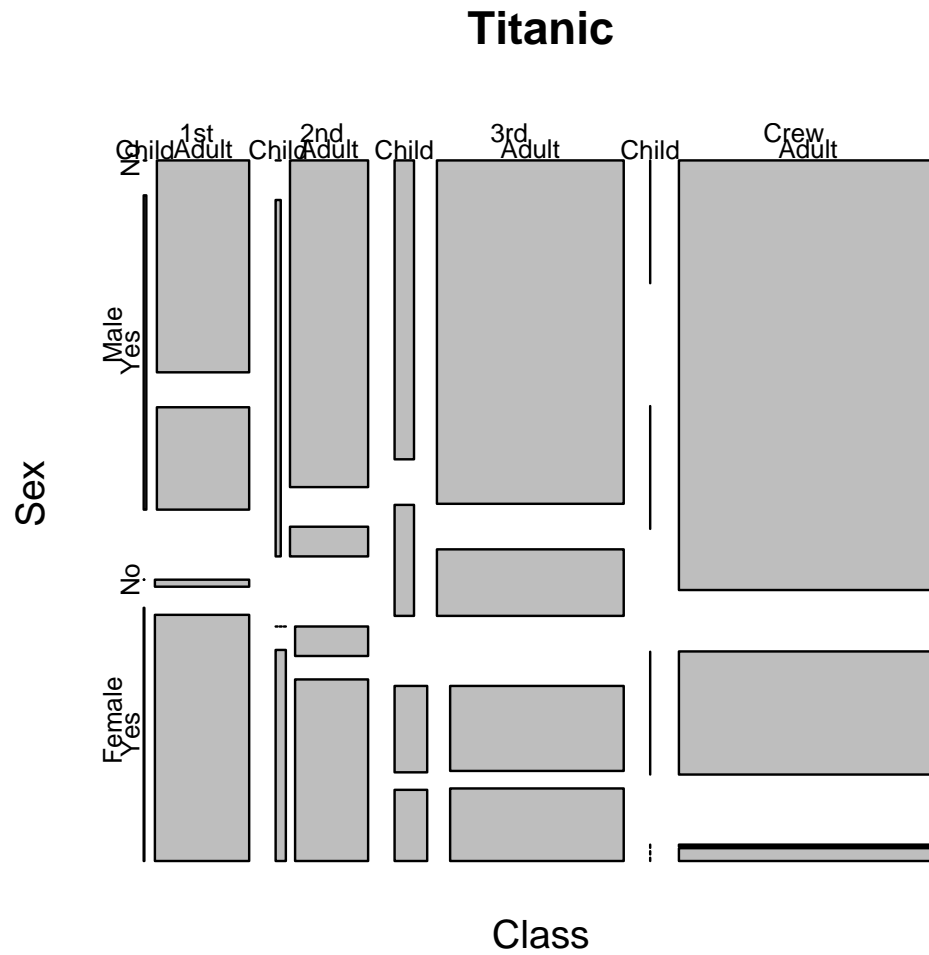
Female



Mosaikplot

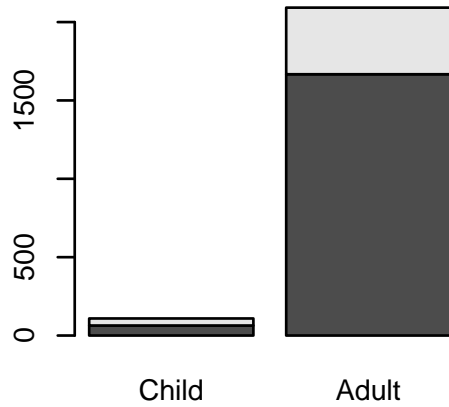


Mosaikplot

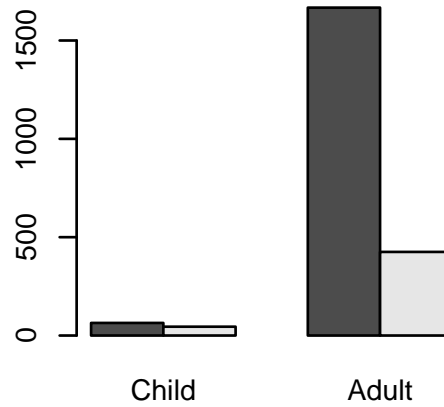


Vergleich

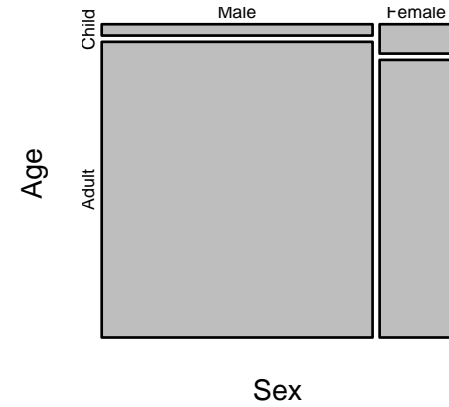
gestapelt



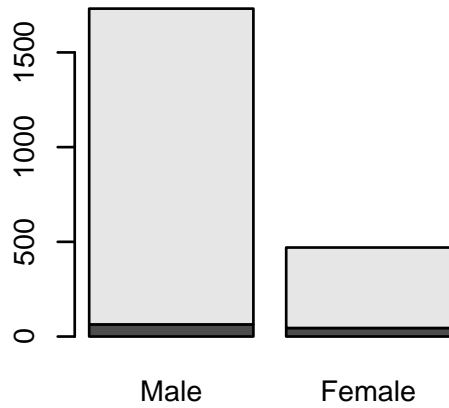
parallel



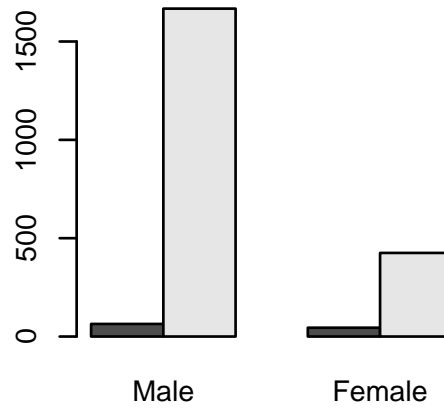
Mosaicplot



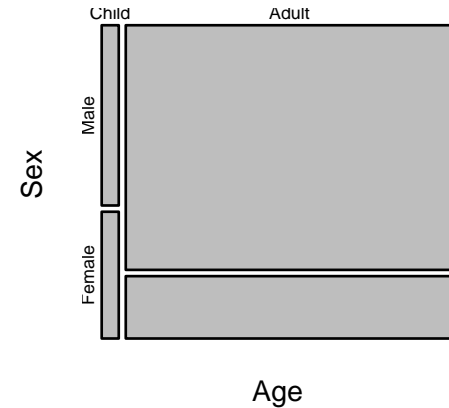
gestapelt *



parallel *



Mosaicplot *



Wer kann was?

- Überblick: stapeln
- Vergleich von Teilgruppen: parallel
- Bedingte Wahrscheinlichkeiten: Mosaik

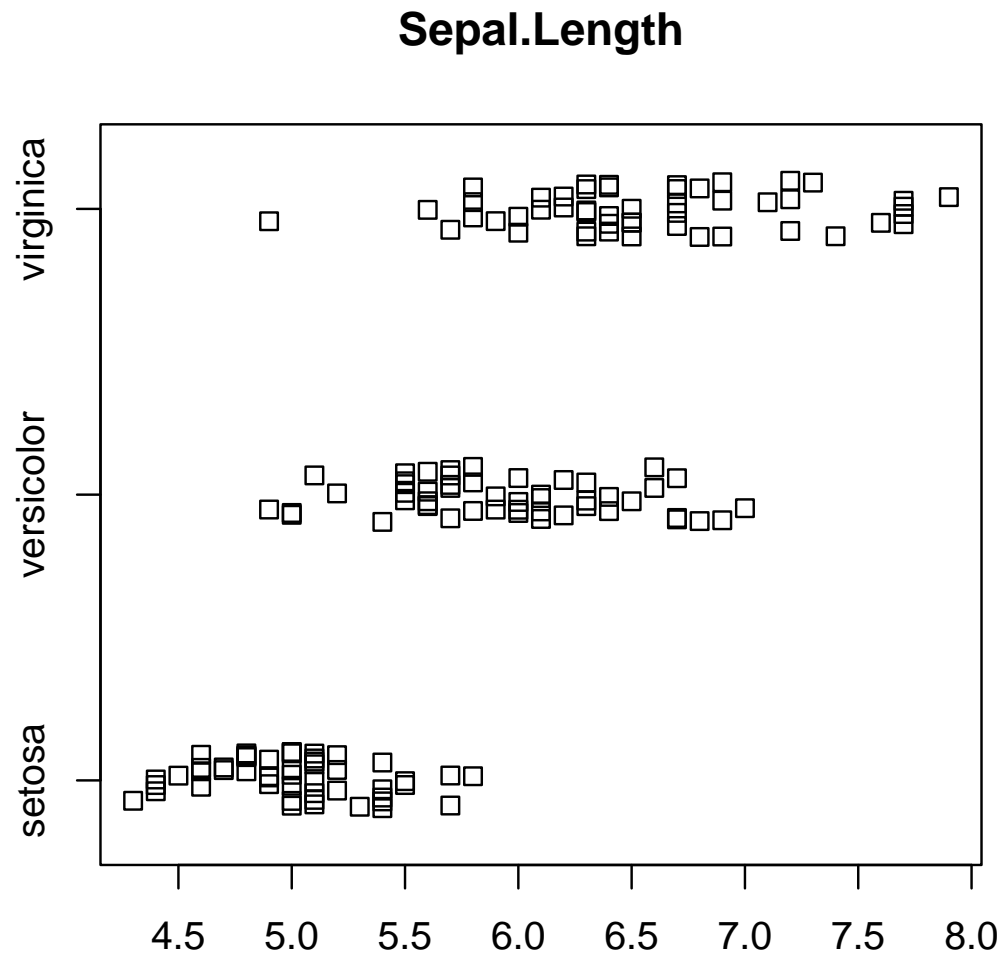
Einteilung der Graphiken

- *stetige Daten
- *diskrete Daten
- *stetig–stetig
- *diskret–diskret
- diskret–stetig

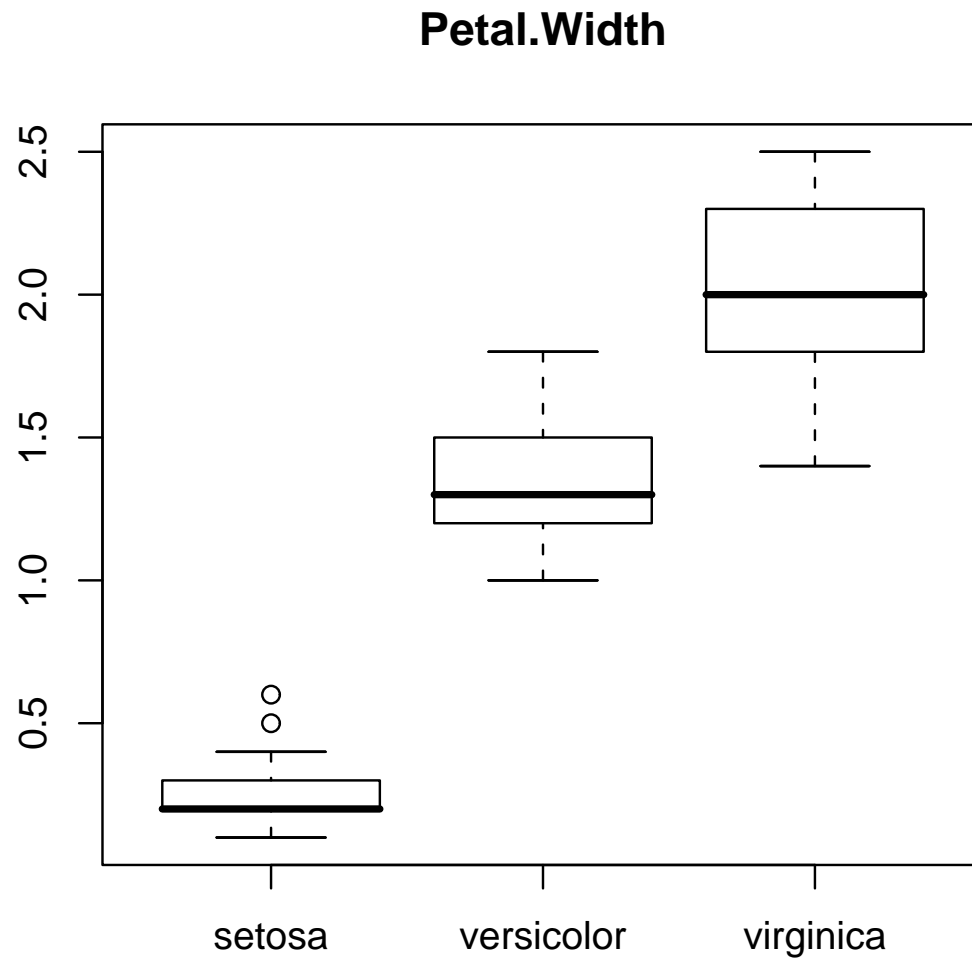
diskret–stetig

- Farben und Symbole
- parallele Punktdiagramme
- parallele Boxplots
- gekerbte Boxplots

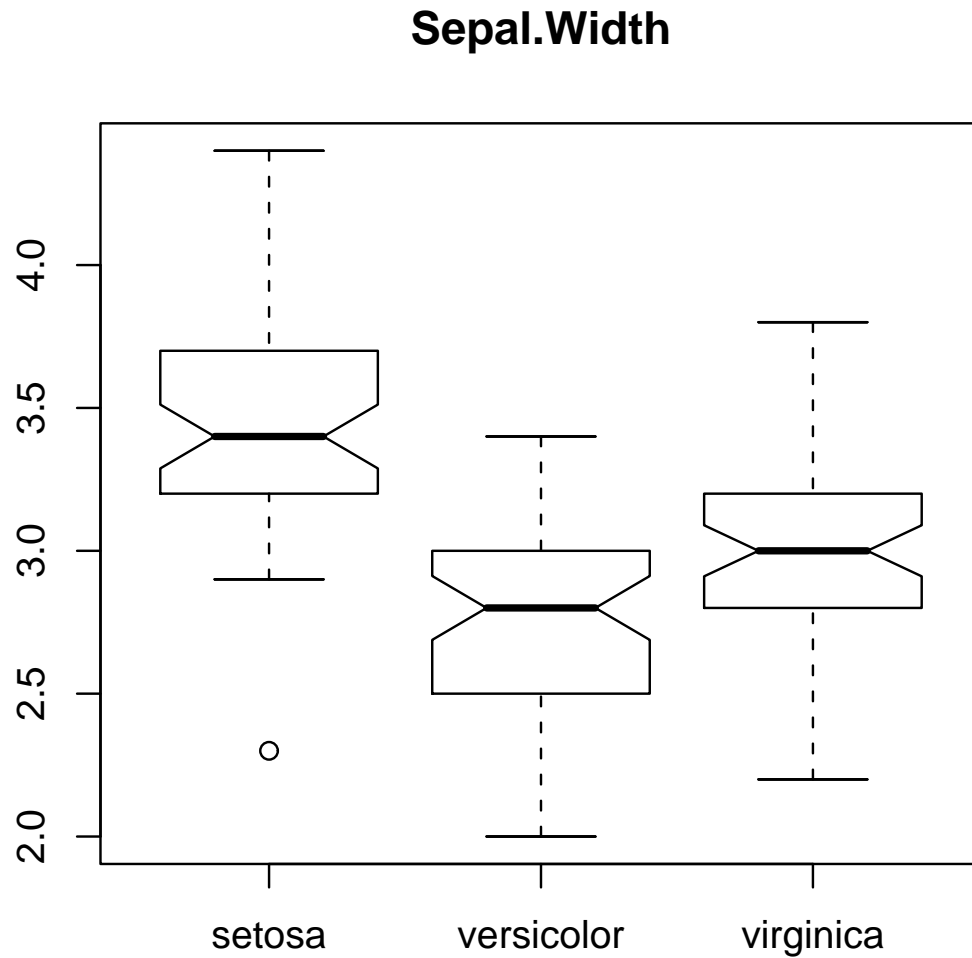
parallele Punktdiagramme



parallele Boxplot



Boxplot (gekerbt)



Interpretation

- Sind die Mediane gleich so überlagern sich die Kerben mit einer Wahrscheinlichkeit von 95%.
- Überlagern sich die Kerben nicht, so ist das ein Hinweis auf verschiedene Mediane.

Einteilung der Graphiken

- *stetige Daten
- *diskrete Daten
- *stetig–stetig
- *diskret–diskret
- diskret–stetig

Symbolik

- Kategorien \sim Farben, Formen, Position
- Reelle Zahlen \sim Position
- Positive Zahlen \sim Position, Fläche, log Positionen
- Anzahlen, Wahrscheinlichkeiten \sim Flächen, Höhen
- Dichten \sim Höhe

Zweck der Graphik

- Wie sind die Daten?
- Gibt es Ausreißer und Verteilungsbesonderheiten?
- Welche Zusammenhänge kann man erkennen/vermuten?
- Können wir unsere Vermutungen graphisch bestätigen?
- Wie geht es weiter?

Fragen an die Graphiken

- Ist etwas ungewöhnlich? Warum?
- Wie sind die Daten verteilt?
- Gibt es Ausreißer oder Bindungen?
- Wird der optische Eindruck durch Besonderheiten verfälscht (z.B. Bindungen, zu kleine Balken, Überlagerung)
- Welche Abhängigkeiten sind erkennbar?
- Sind die Abhängigkeiten stark oder schwach, linear oder nichtlinear, zunehmen oder abnehmend?
- Entsprechend die Beobachtungen dem, was man inhaltlich erwarten würde?
- Was fällt sonst auf?

Masszahlen

Masszahlen werden verwendet um bestimmte Aspekte der Verteilung zusammenfassend darzustellen.

- Lage
- Streuung
- Form
- Zusammenhang
- Anteil
- fehlt noch: diskret-diskret, diskret-stetig (später R^2)