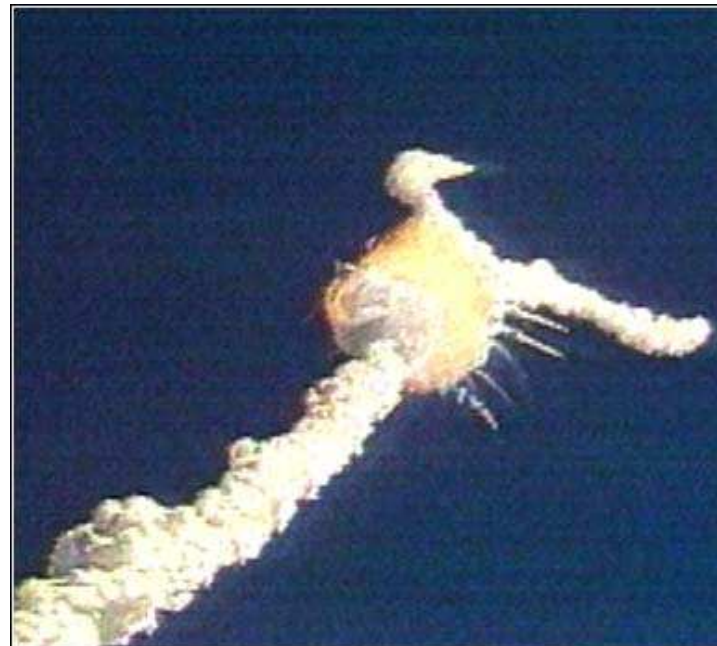
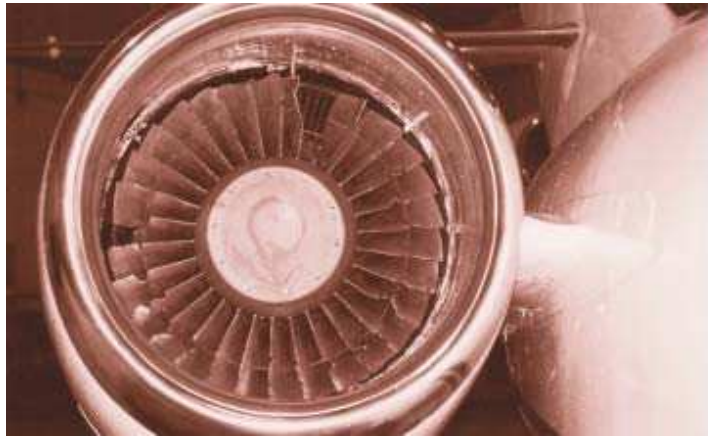


Stochastik und Statistik

Vorlesung WT 1 Stochastische Modellbildung

K.Gerald van den Boogaart
<http://www.stat.boogaart.de>

Zufall? Planung? Determinismus?



Stochastik

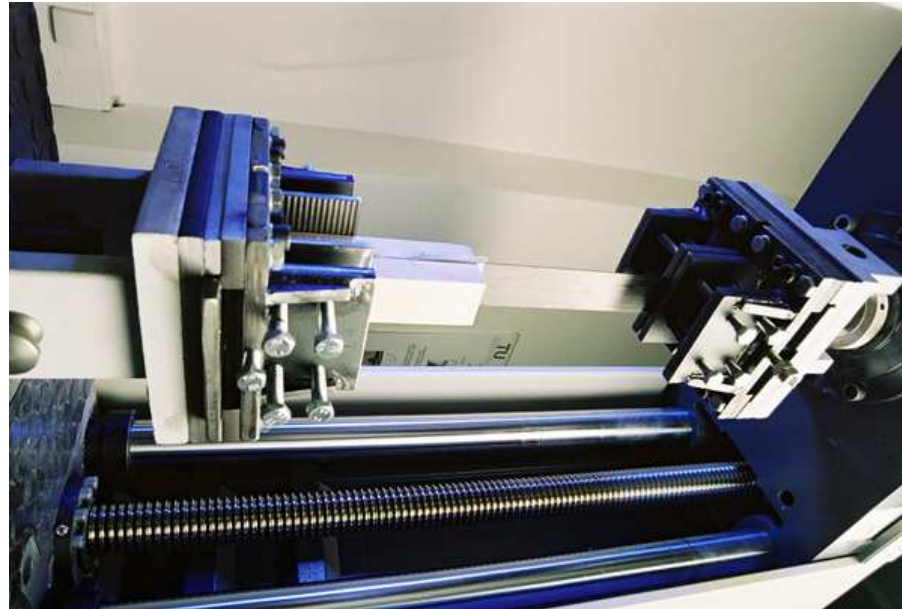
- gr. die Kunst des Vermutens
- Die Wissenschaft von den Gesetzen des Zufalls.
- Triff Aussagen über das Unvorhersehbare.

Stochastik

- In dieser Vorlesung haben mindestens zwei Leute am gleichen Tag Geburtstag.
- Beim Rolett gewinnt langfristig die Bank.
- Was schief gehen kann und immer wieder versucht wird, wird schließlich schief gehen.
- Was gelingen kann und immer wieder versucht wird, gelingt schließlich.
- Redundante Systeme sind wesentlich zuverlässiger.

Beispiel I

Bruchversuch and der TU Wien (C) TU Wien



Beispiel II

Ein Würfelspiel

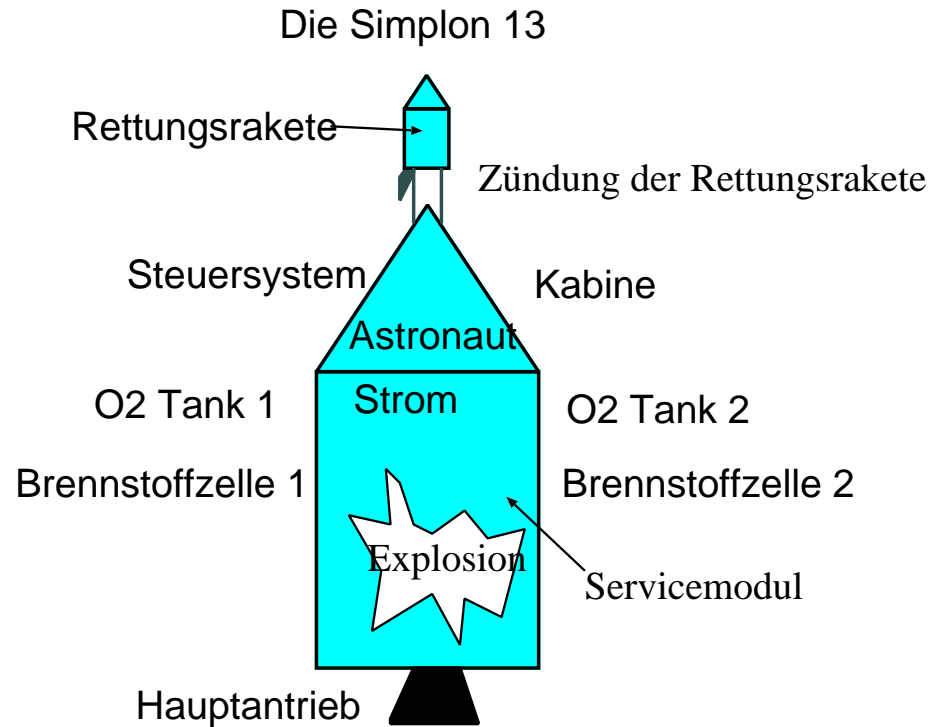


Beispiel III

Qualitätskontrolle bei der Metrogruppe



Spielbeispiel



Flugplan der Simplon

- Simplon startet von Cape Audimax um 14:13.
- Alle Konzepte werden stark vereinfacht.
- Bei Fehlfunktion des Hauptantriebs wird die Rettungsrakete gezündet und die Simplon landet sanft im Meer der Fragen.
- Ansonsten tritt die Simplon planmäßig um 15:30 in den freien Raum ein.
- Der Flug der Simplon ist ein gedachtes Zufallsexperiment und kann beliebig oft mit verschiedenem Ausgang wiederholt werden.

Gesetze für die Simplon

- *Alles kann kaputt gehen.
- Ohne Hauptantrieb stürzt die Simplon ab.
- Ohne O2 Tanks keine Strom und keine Lebenserhaltung.
- Ohne Brennstoffzellen kein Strom.
- Ohne Strom keine Steuerungssystem.
- Ohne Steuerungssystem kein Hauptantrieb und keine Rettungsrakete.
- *Pilot überlebt einen Absturz wahrscheinlich, wenn die Rettungsrakete zündet.
- *Eine (eventuelle) Explosion zerstört die Bauteile im Servicemodul.

Grundbegriffe der Stochastik

- Ereignis E

E = Es gibt eine Explosion im Servicemodul.

R = Rettungsrakete ist intakt.

- Zufall

Es muß keine Explosion geben.

- Wahrscheinlichkeit $P(E)$ ist Wert in $[0,1]$.

$$P(E) = 0.05$$

- Stochastische Unabhängigkeit

$R \perp E$, die Explosion beeinflußt die Rettungsrakete nicht.

Grundbegriffe der Stochastik

- Ereignis A
Eine Aussage über Unbekanntes.
Ist nicht was man im Alltag darunter versteht.
- Zufall
Warum hat dieser Krebs und ich nicht?
- Wahrscheinlichkeit $P(A)$ ist Wert in $[0,1]$.
Maßzahl des Unvorhersehbaren.
- Stochastische Unabhängigkeit
Ein Annahme über die Blindheit des Zufalls.

Ereignis

- Def: Ein Ereignis A ist eine Aussage, über den Ausgang eines Zufallsexperiments, die erfüllt sein kann oder auch nicht.
 - * A_1 = Der Stahl bricht vor 200kN.
 - * A_2 = Es wurde ein 6-er Pasch gewürfelt.
 - * A_3 = Das beprobte Fleischstück hat Salmonellen

Ereignis

- Def: Ein Ereignis A ist eine Aussage, über den Ausgang eines Zufallsexperiments, die erfüllt sein kann oder auch nicht.
- Erweist sich die Aussage nach der Durchführung des Experiments als wahr, so sagt man “das Ereignis ist eingetreten”.
 - * A_1 = Der Stahl bricht vor 200kN. (nicht eingetreten)
 - * A_2 = Es wurde ein 6-er Pasch gewürfelt. (eingetreten)
 - * A_3 = Das zufällig ausgesuchte Fleischstück hat Salmonellen (nicht eingetreten)

Ereignis

- Def: Ein Ereignis A ist eine Aussage, über den Ausgang eines Zufallsexperiments, die erfüllt sein kann oder auch nicht.
- Erweist sich die Aussage nach der Durchführung des Experiments als wahr, so sagt man “das Ereignis ist eingetreten”.
- Ob ein Ereignis eintritt oder nicht, bestimmt der Zufall.

Beispiele für Ereignisse

- U = Die Umlaufbahn wurde erreicht.

Beispiele für Ereignisse

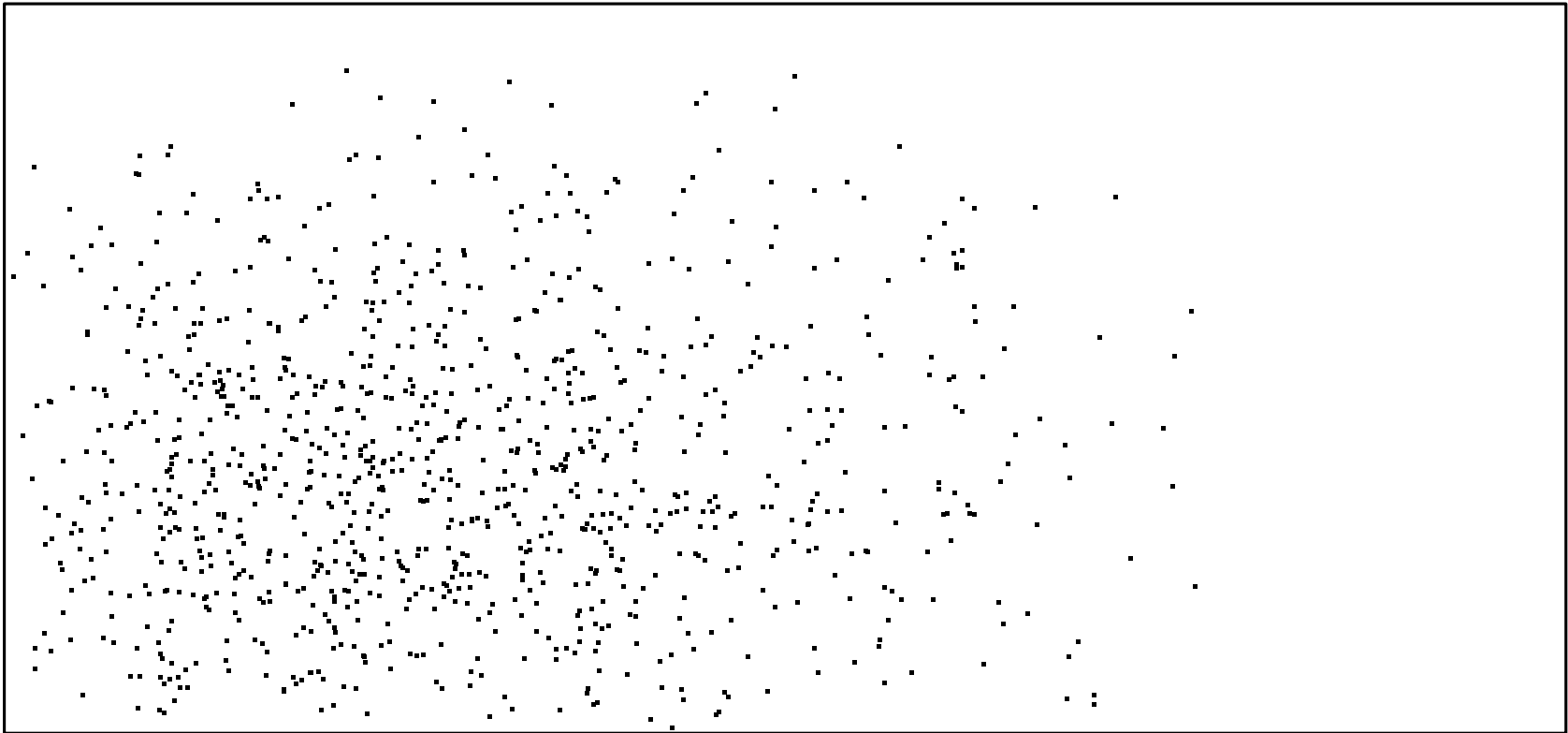
- U =Die Umlaufbahn wurde erreicht.
- M =Mission war erfolgreich (Lebender Astronaut in Umlaufbahn).

Beispiele für Ereignisse

- U =Die Umlaufbahn wurde erreicht.
- M =Mission war erfolgreich (Lebender Astronaut in Umlaufbahn).
- O_1 =Sauerstoff Tank 1 war (die ganze Zeit) intakt.*

Grundlagen und Rechenregeln

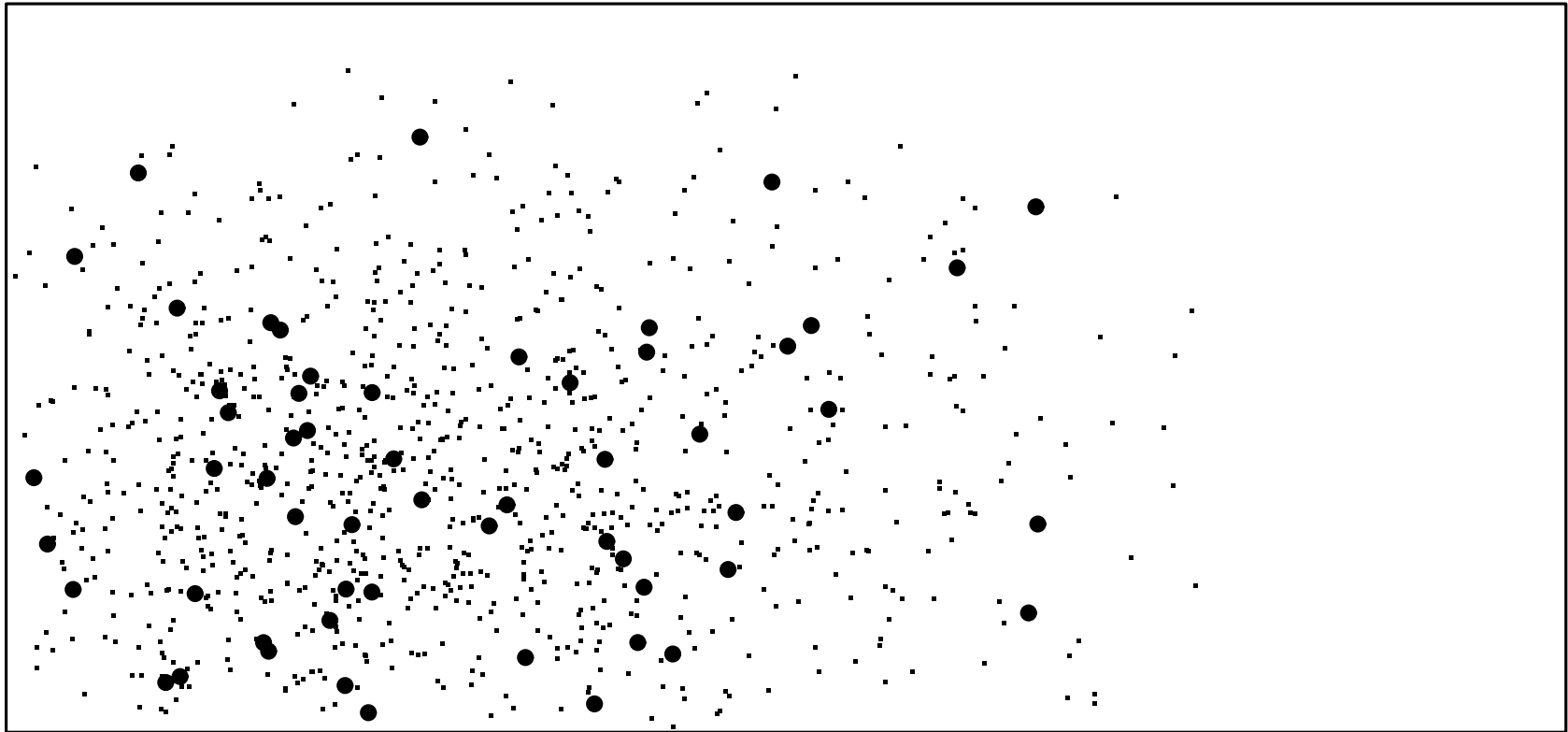
Grundgesamtheit



Ω = Menge der Möglichkeiten

Grundlagen und Rechenregeln

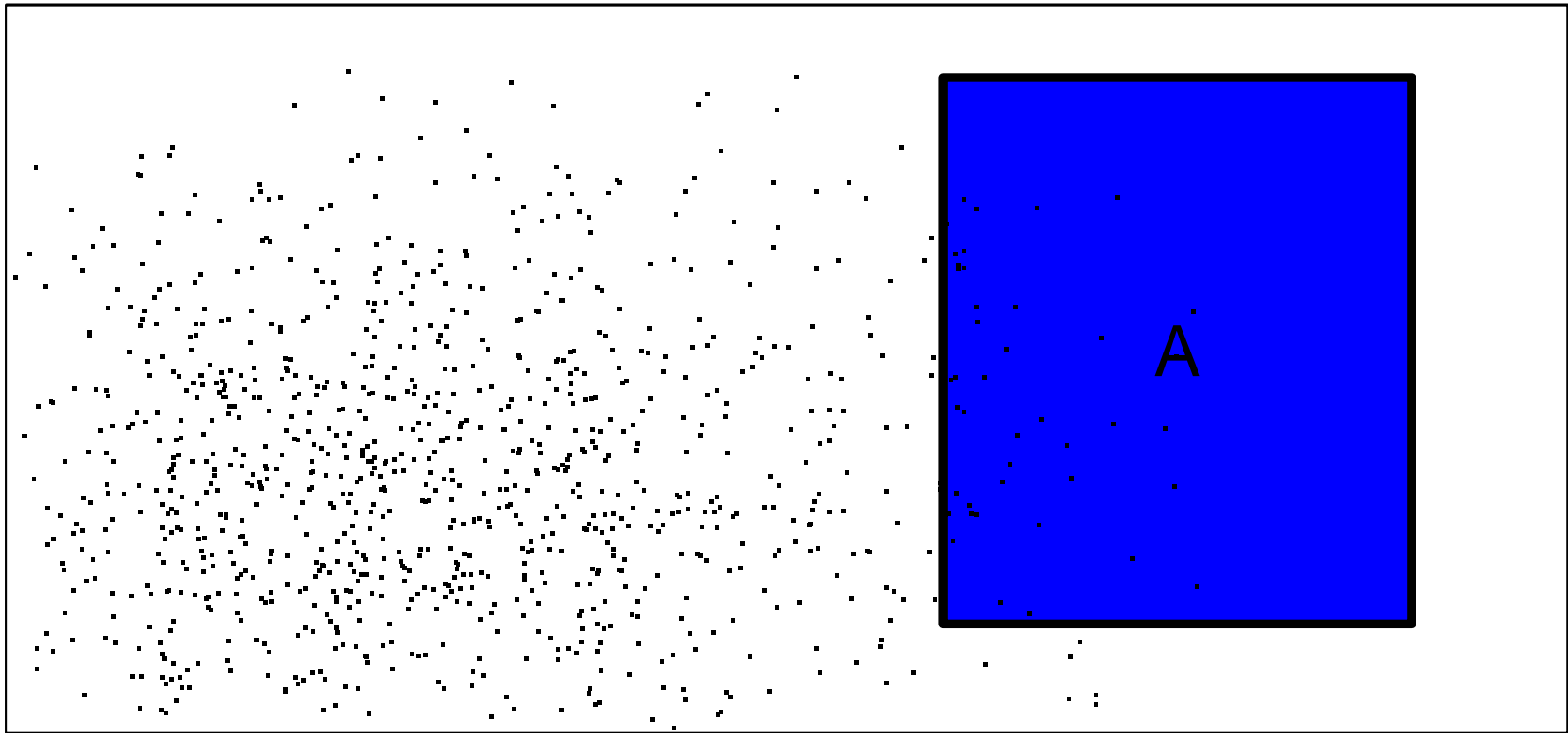
Stichprobe



Stichprobe (z.B. vergangene Flüge)

Grundlagen und Rechenregeln

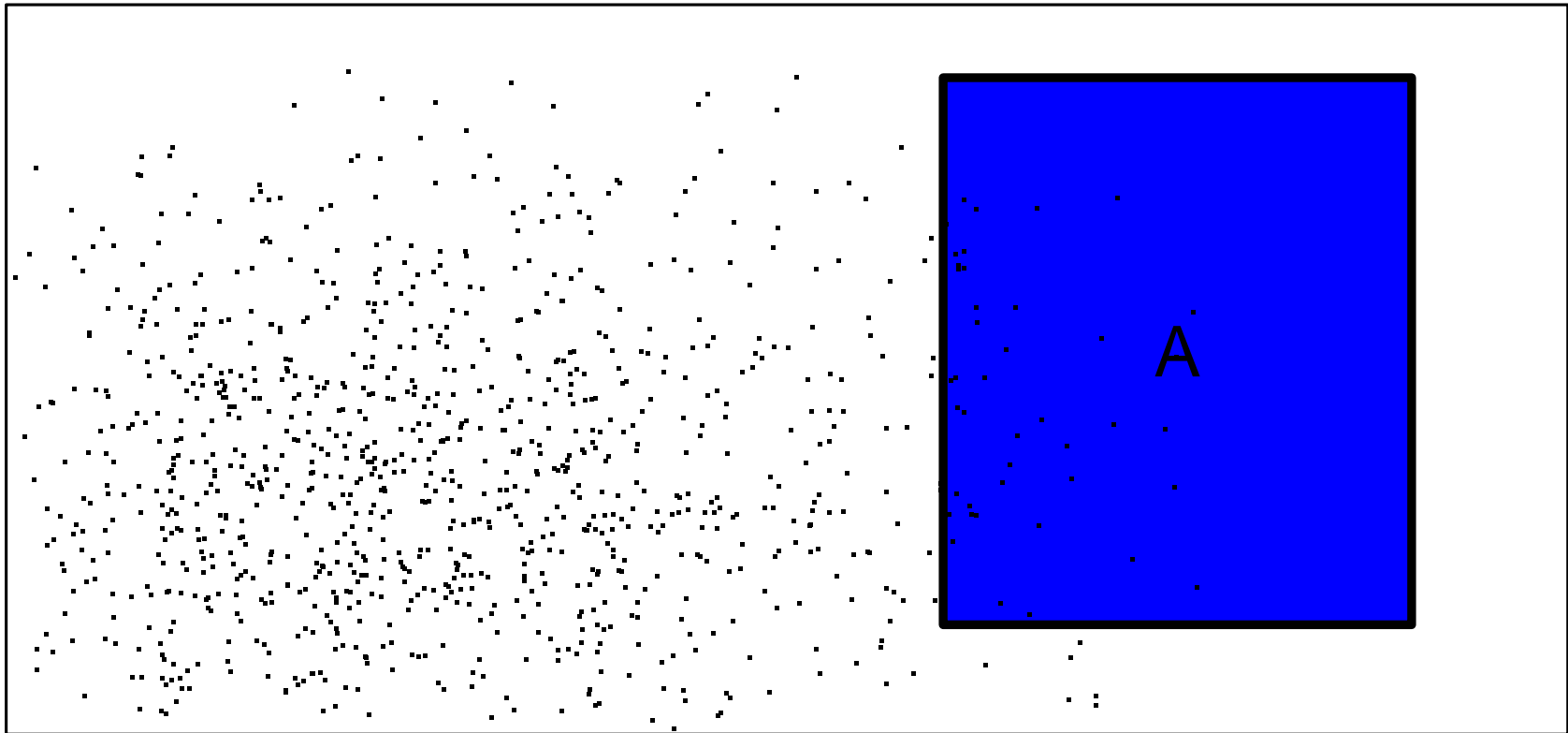
Ereignis



$A = \text{Haupttrakete defekt}$

Grundlagen und Rechenregeln

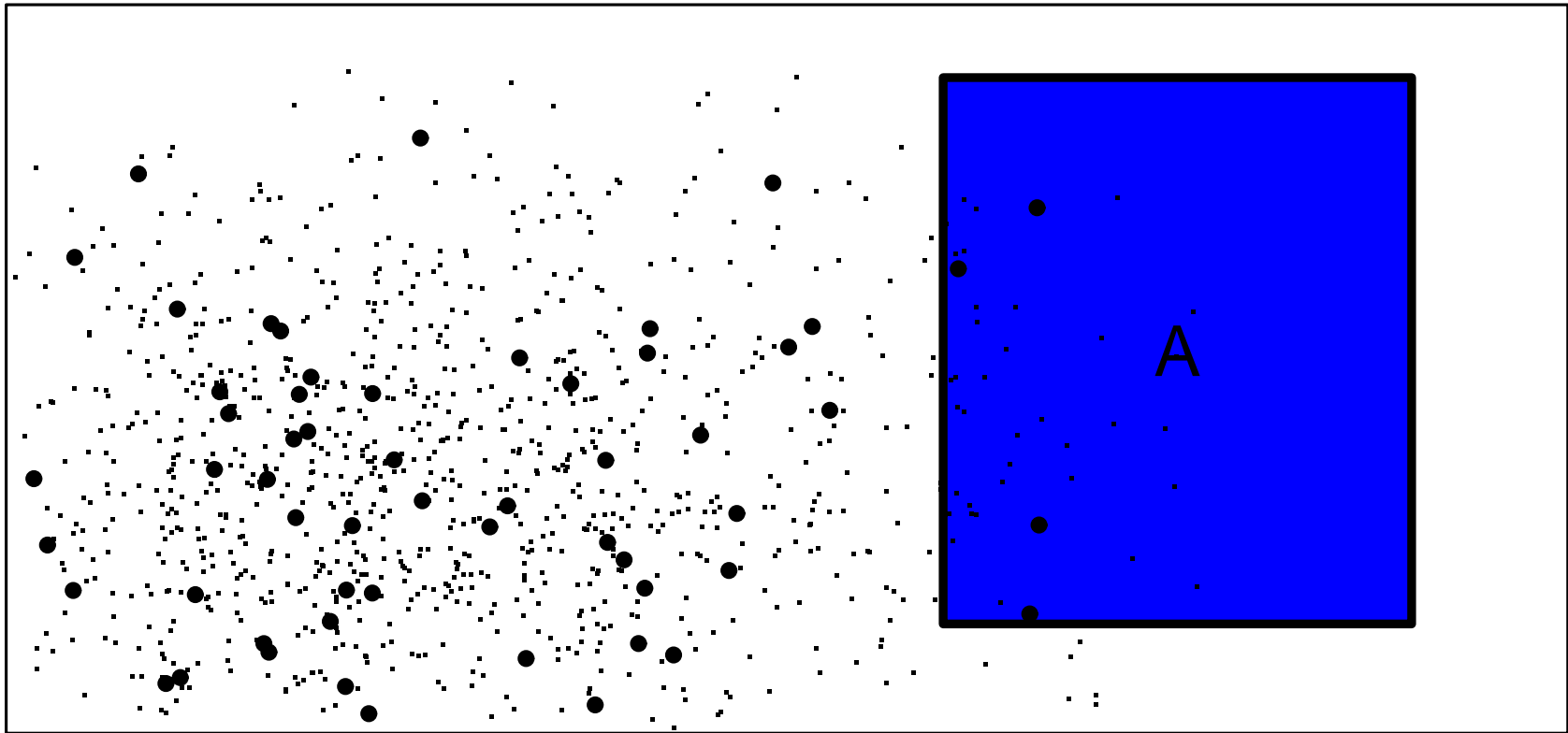
Wahrscheinlichkeit



$$P(A) = 0.03$$

Grundlagen und Rechenregeln

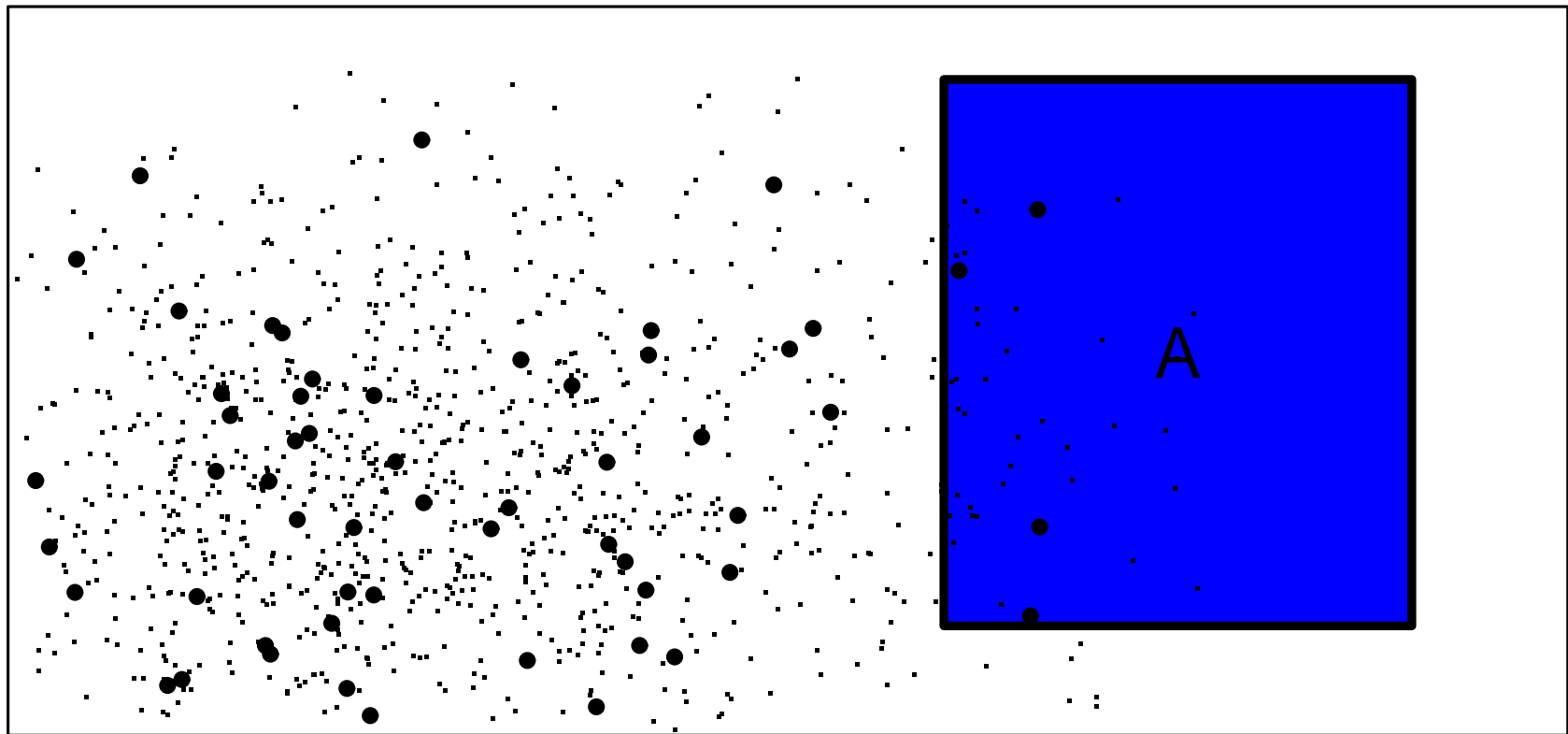
Geschätzte Wahrscheinlichkeit



$$\hat{P}(A) = \frac{4}{57}$$

Grundlagen und Rechenregeln

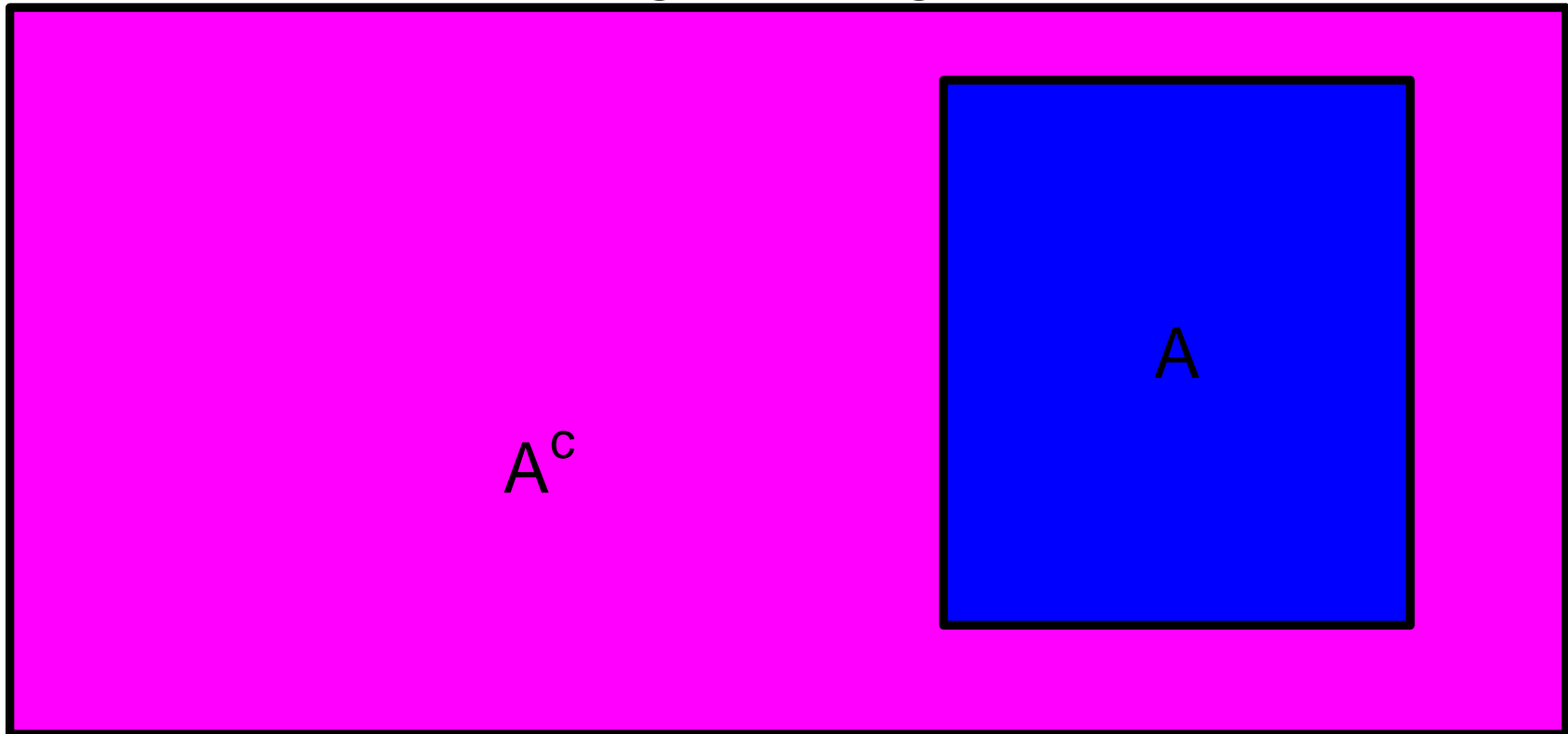
Geschätzte Wahrscheinlichkeit



Relative Häufigkeit ungefähr $P(A)$

Grundlagen und Rechenregeln

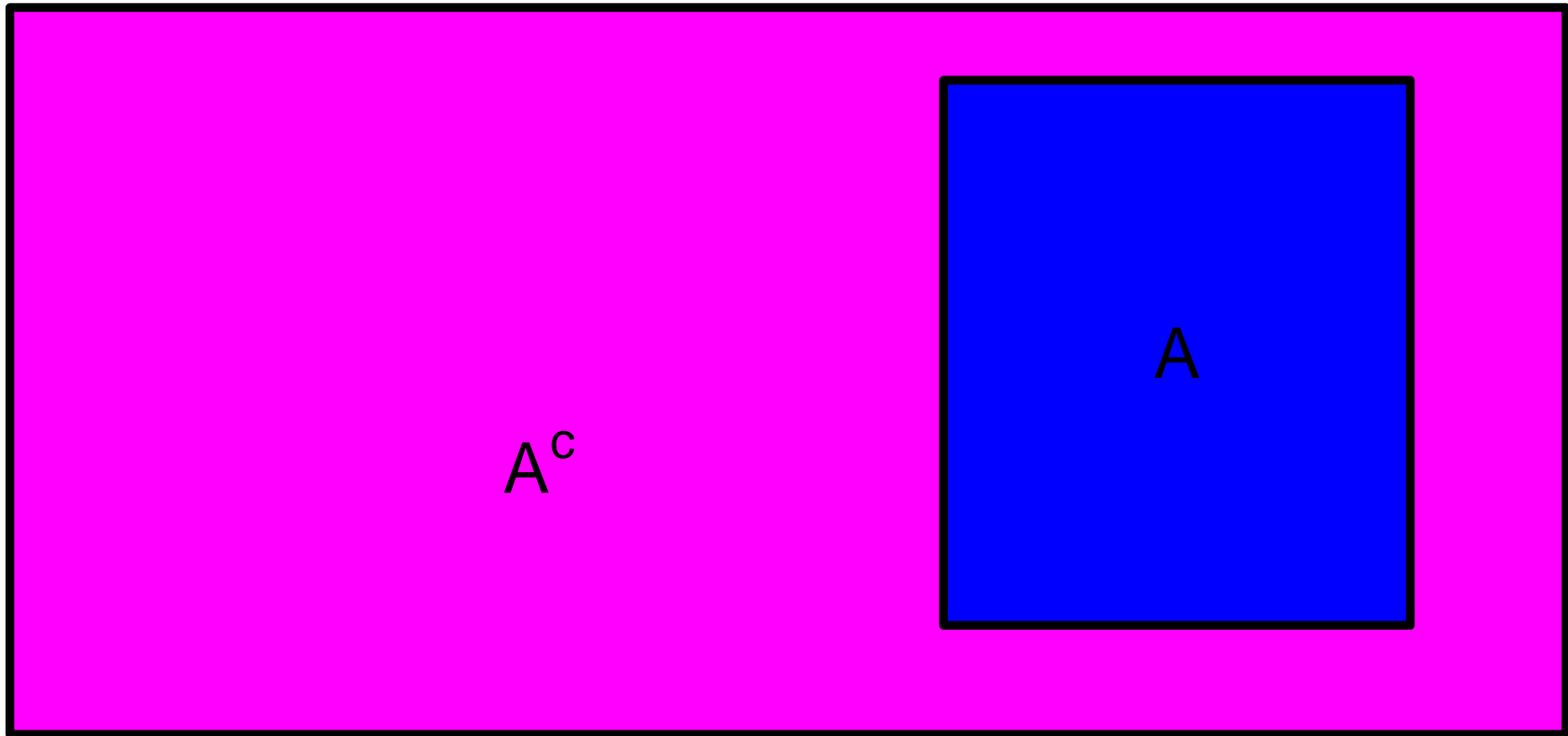
Gegenereignis



$A^c = \text{Hauptrakete nicht defekt}$

Grundlagen und Rechenregeln

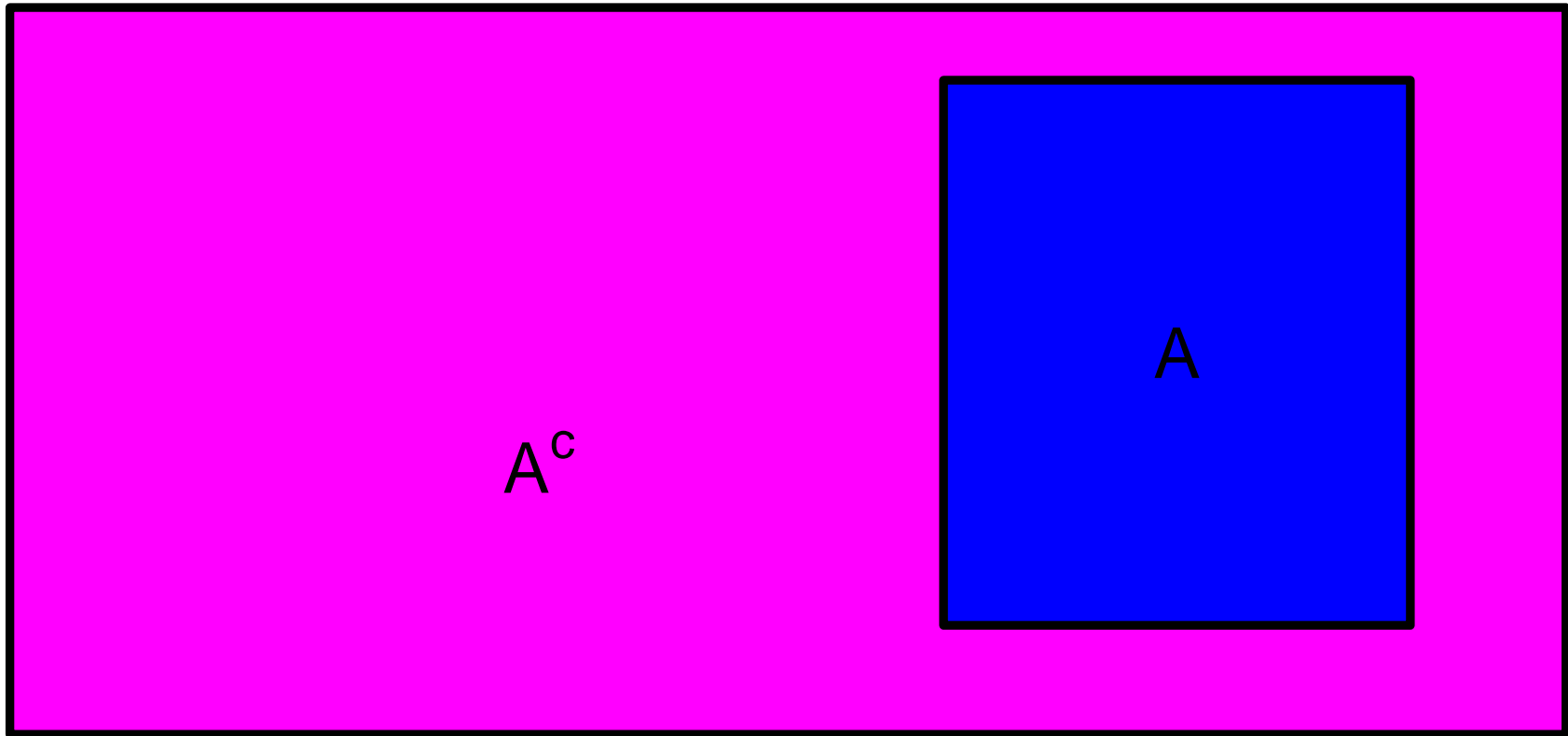
Entweder A oder nicht A



$$\Omega = A \cup A^c$$

Grundlagen und Rechenregeln

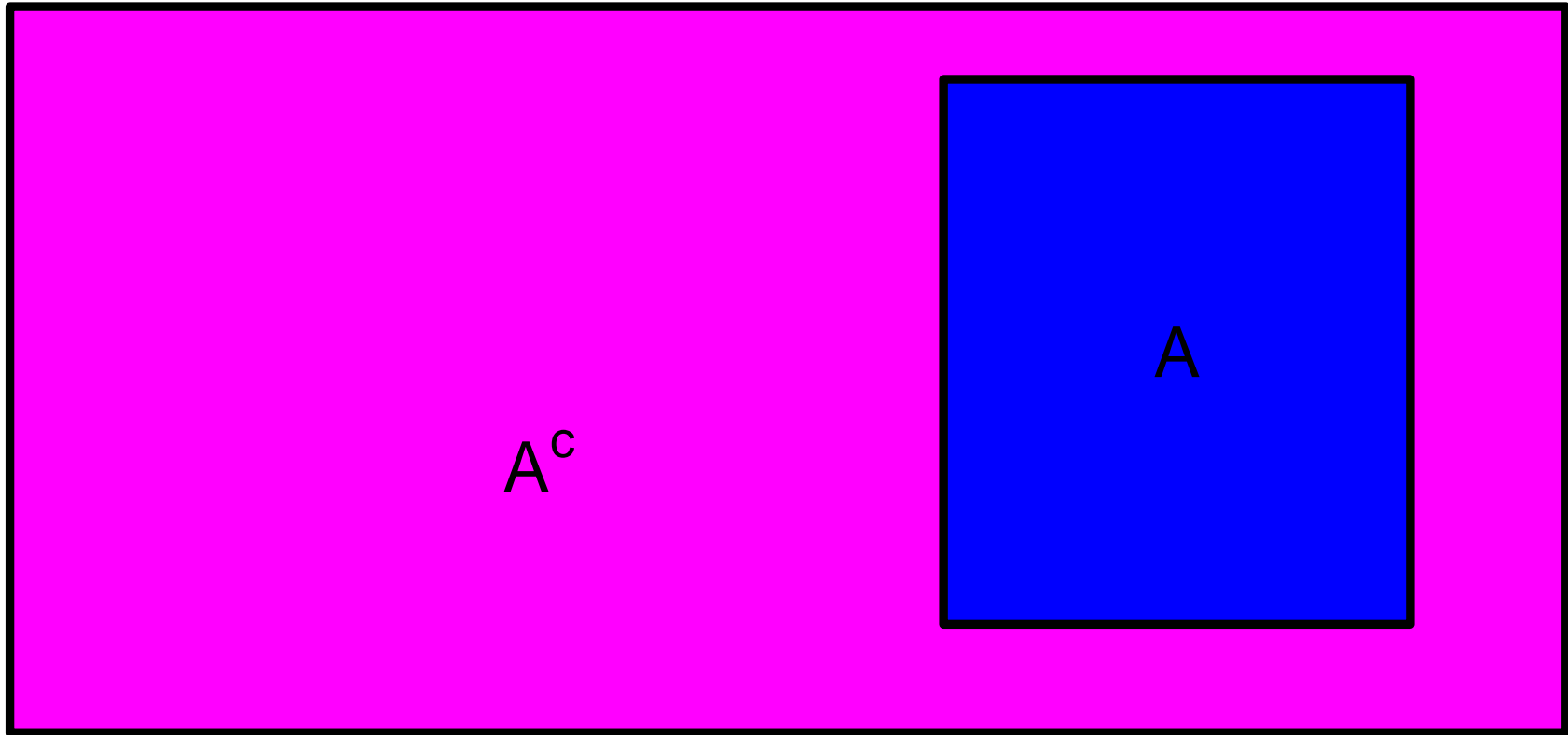
Summe der Wahrscheinlichkeiten ist 1



$$P(\Omega) = P(A) + P(A^c)$$

Grundlagen und Rechenregeln

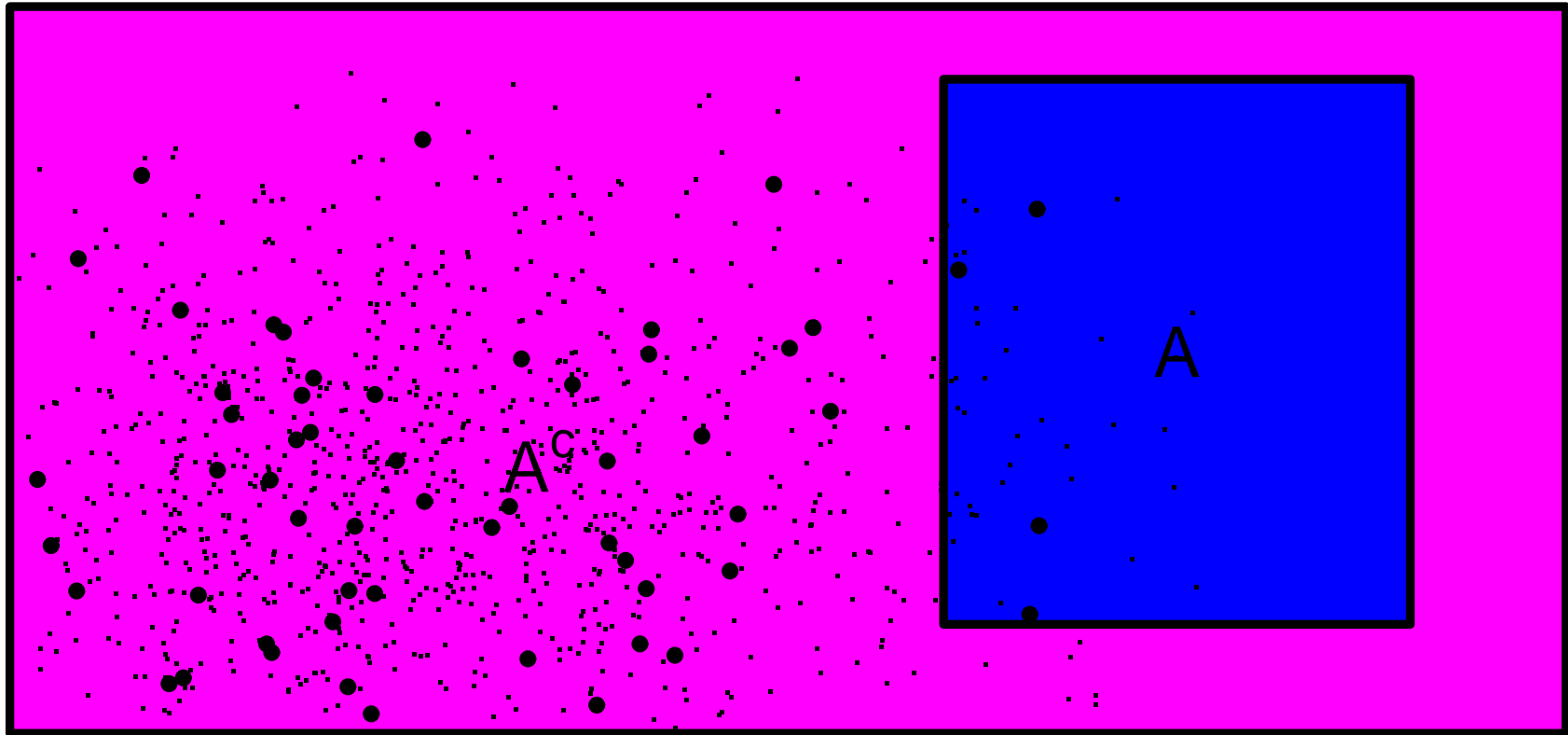
Wahrscheinlichkeit des Gegenereignis



$$P(A^c) = 1 - P(A)$$

Grundlagen und Rechenregeln

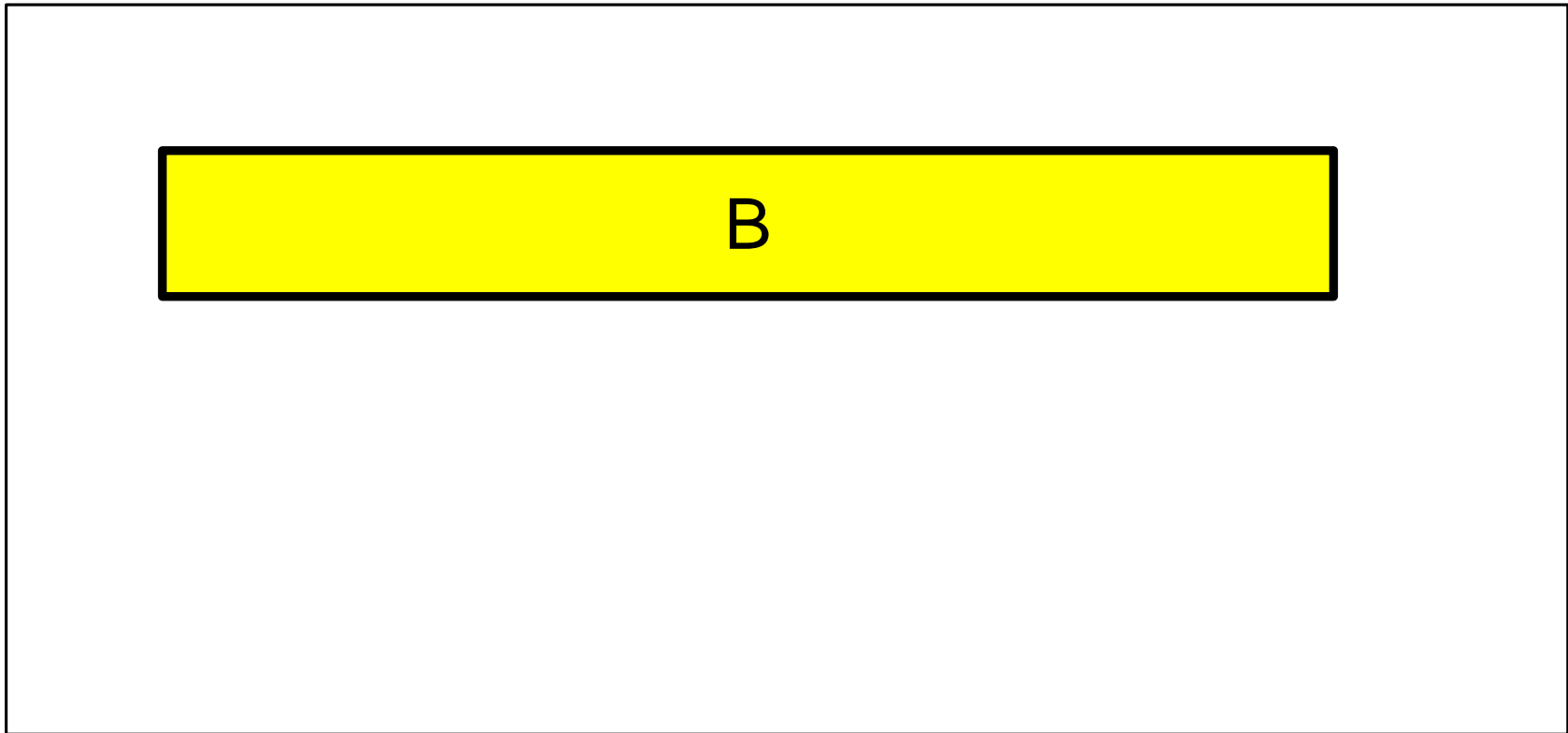
Geschätze W'keit des Gegenereignis



$$\hat{P}(A^c) = 1 - \hat{P}(A)$$

Grundlagen und Rechenregeln

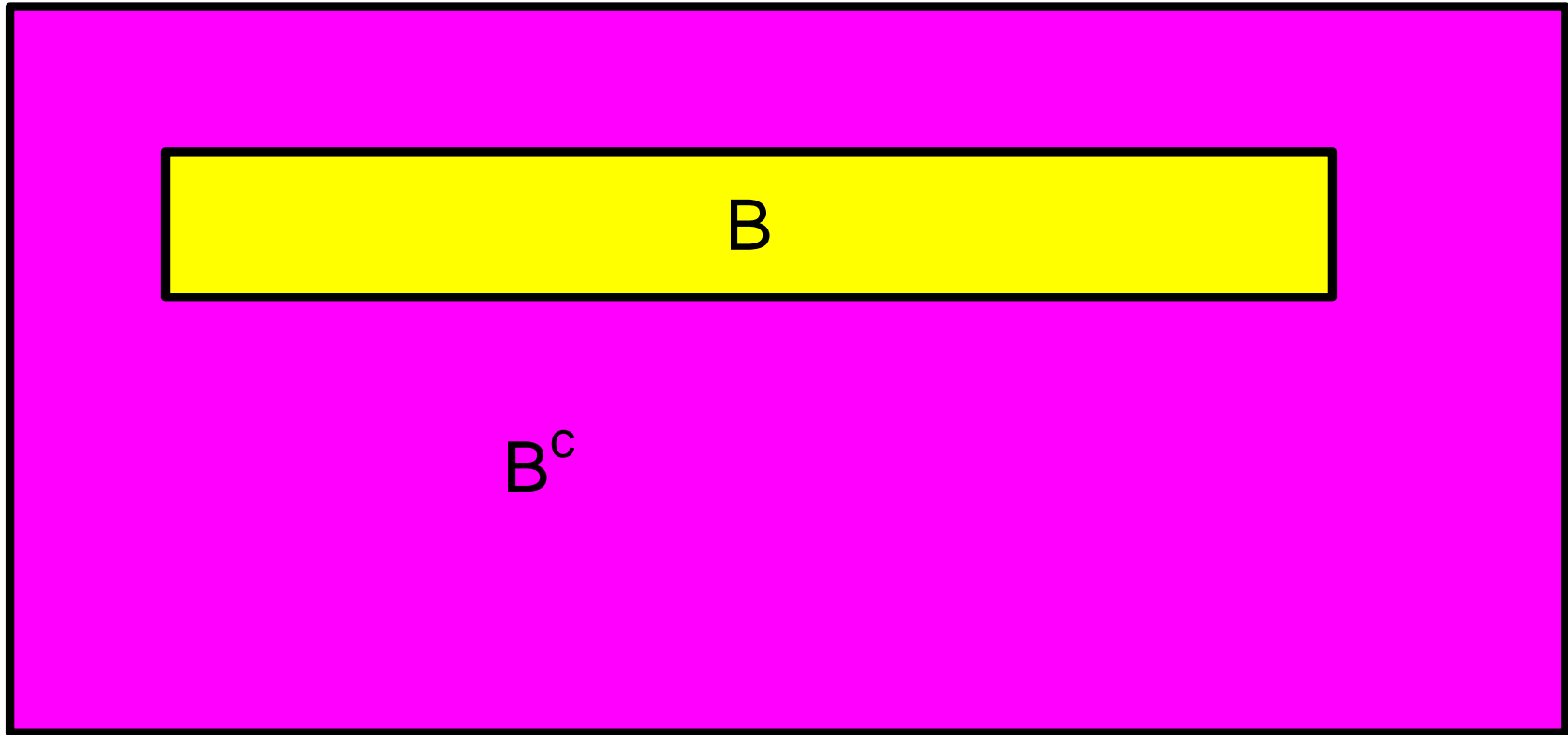
Ein anderes Ereignis



$B = \text{Rettungsrakete defekt}$

Grundlagen und Rechenregeln

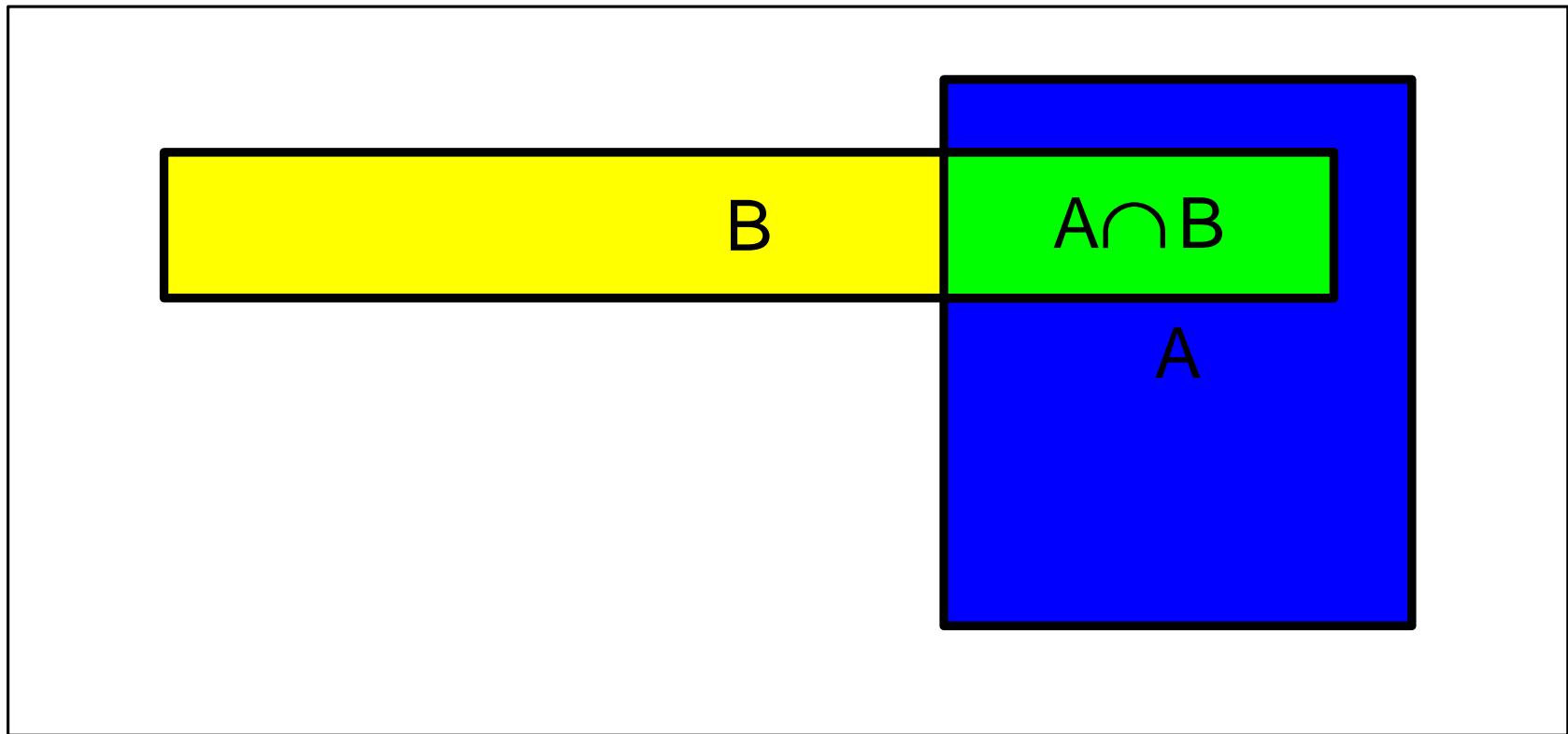
Wiederholung Gegenereignis



$B^c =$ Rettungsrakete nicht defekt

Grundlagen und Rechenregeln

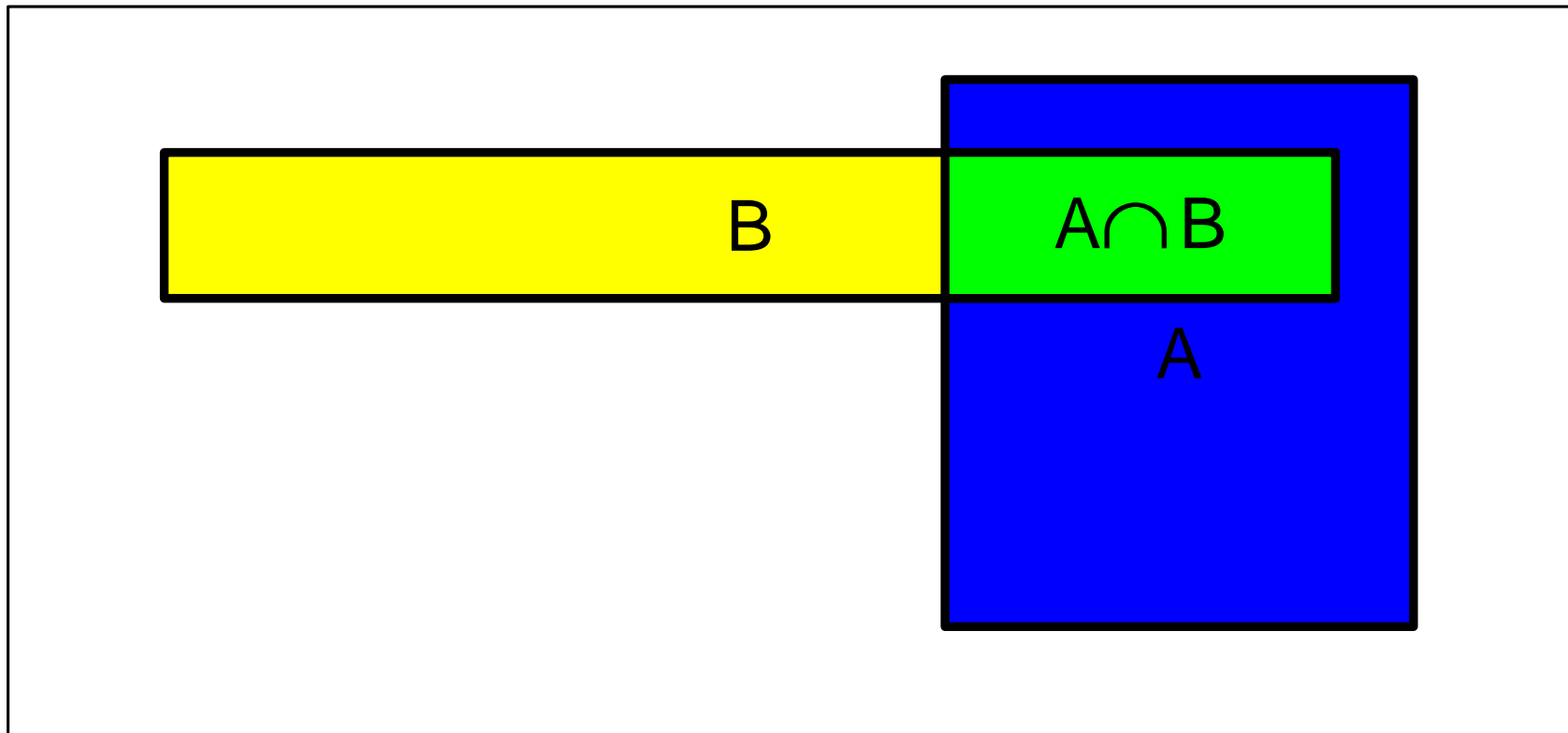
A und B



$A \cap B$ = Hauptrakete defekt und Rettungsrakete defekt

Grundlagen und Rechenregeln

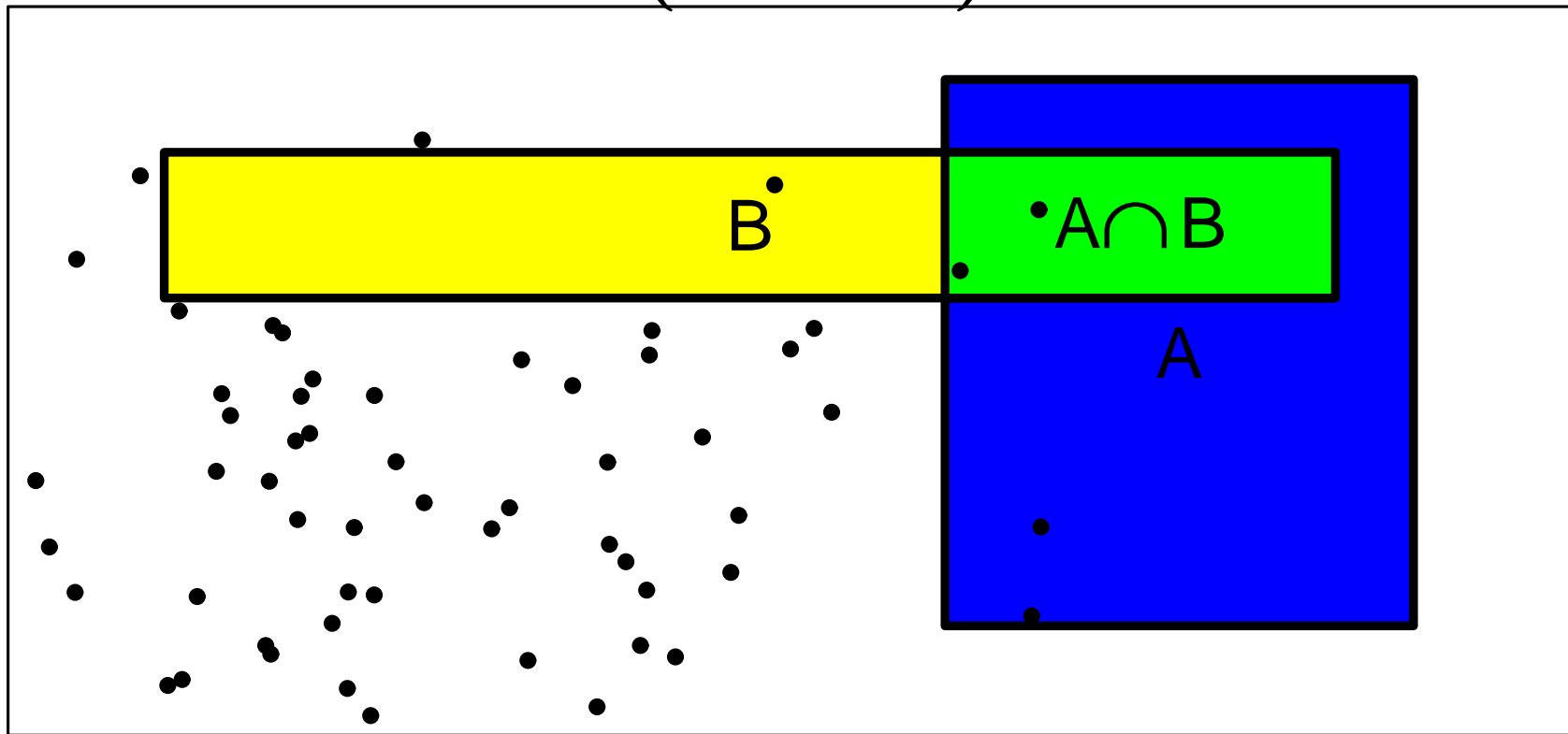
$$C = A \text{ und } B$$



$$A \cap B = \text{Katastrophe}$$

Grundlagen und Rechenregeln

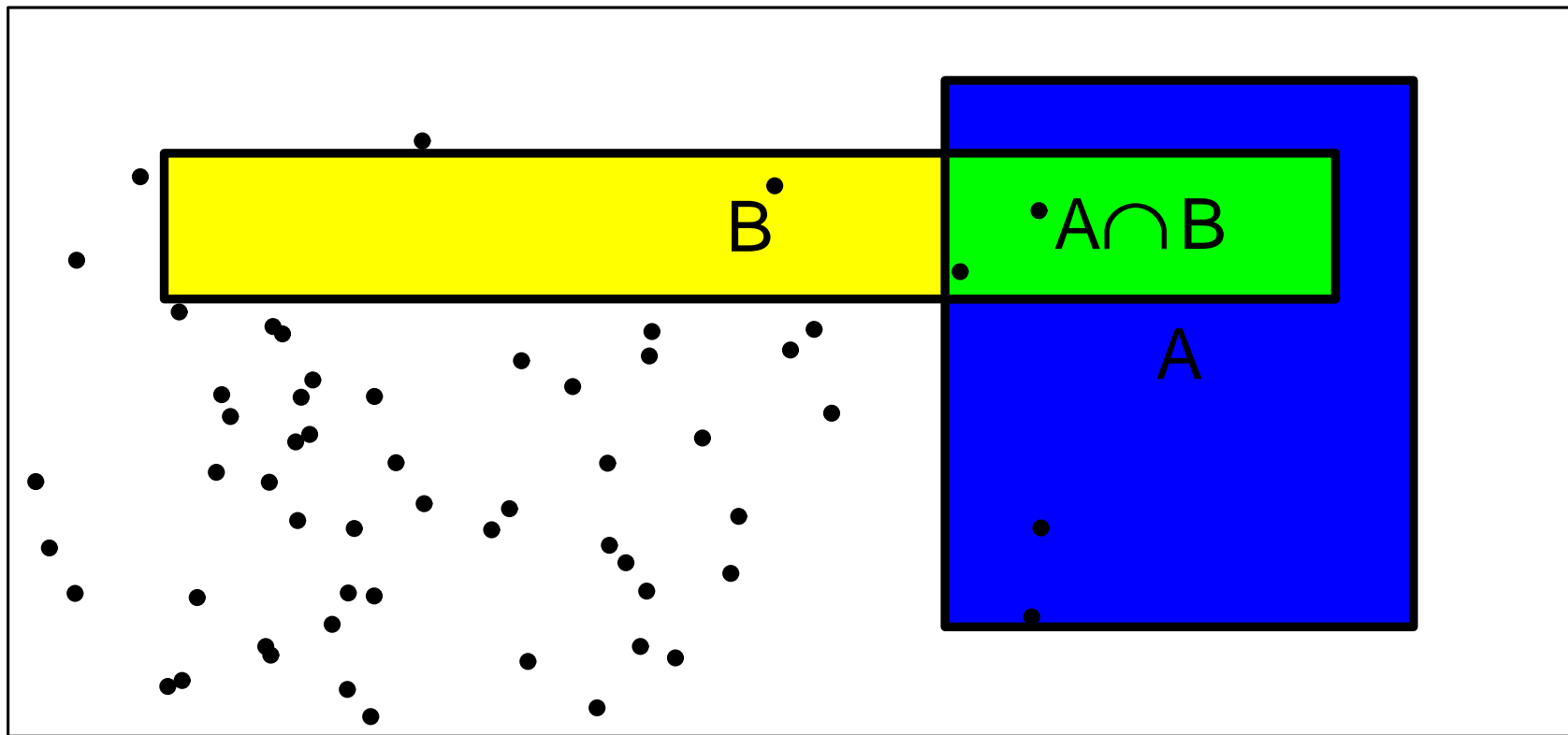
$$\hat{P}(A \text{ und } B)$$



$$\hat{P}(A \cap B) = 0 = \text{!!! Unsinn !!!}$$

Grundlagen und Rechenregeln

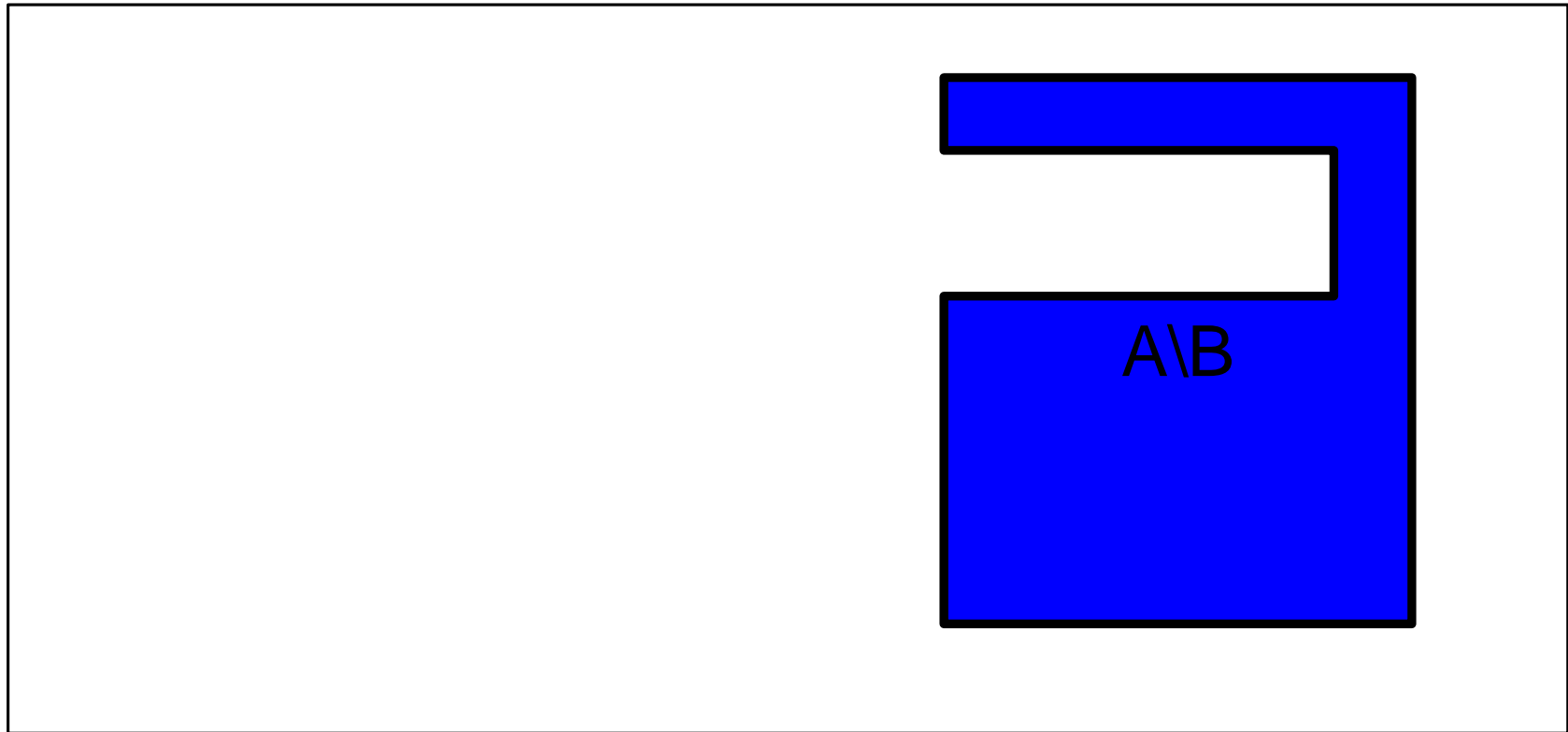
$P(A \text{ und } B)$ Woher?



$$P(A \cap B) = 0.002$$

Grundlagen und Rechenregeln

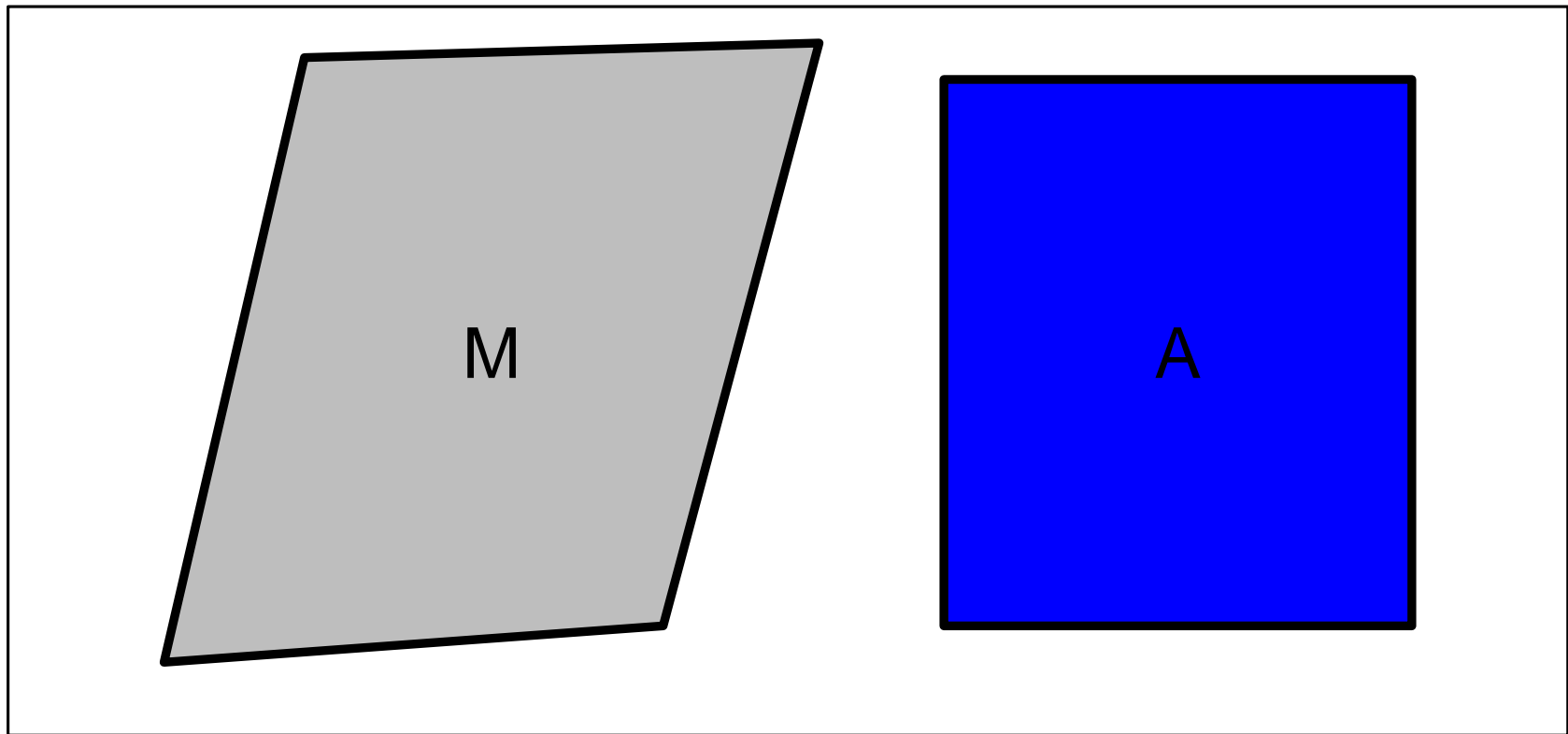
Differenz: A aber nicht B



$A \setminus B = \text{Notlandung}$

Grundlagen und Rechenregeln

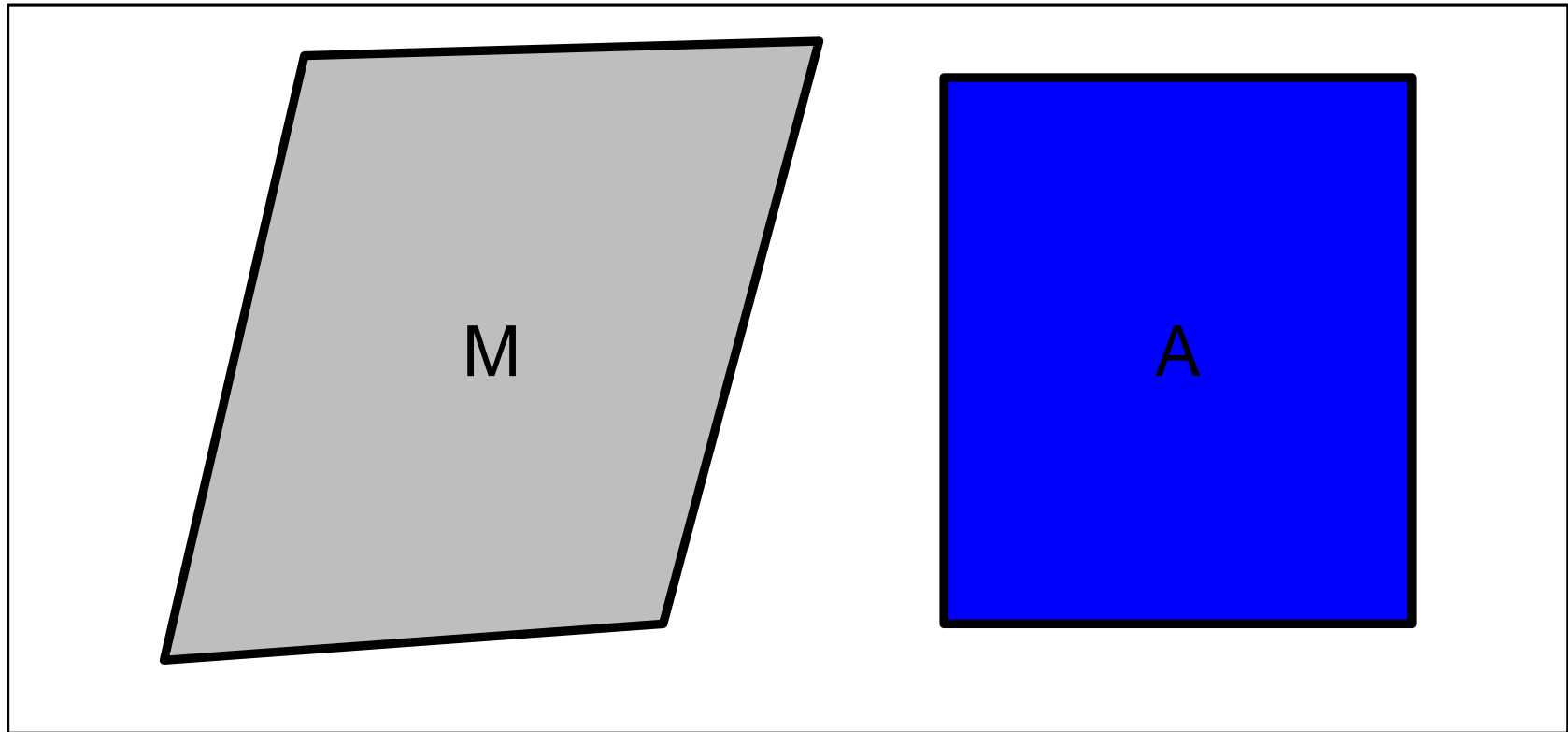
Unvereinbare Ereignisse



M = Mission erfolgreich

Grundlagen und Rechenregeln

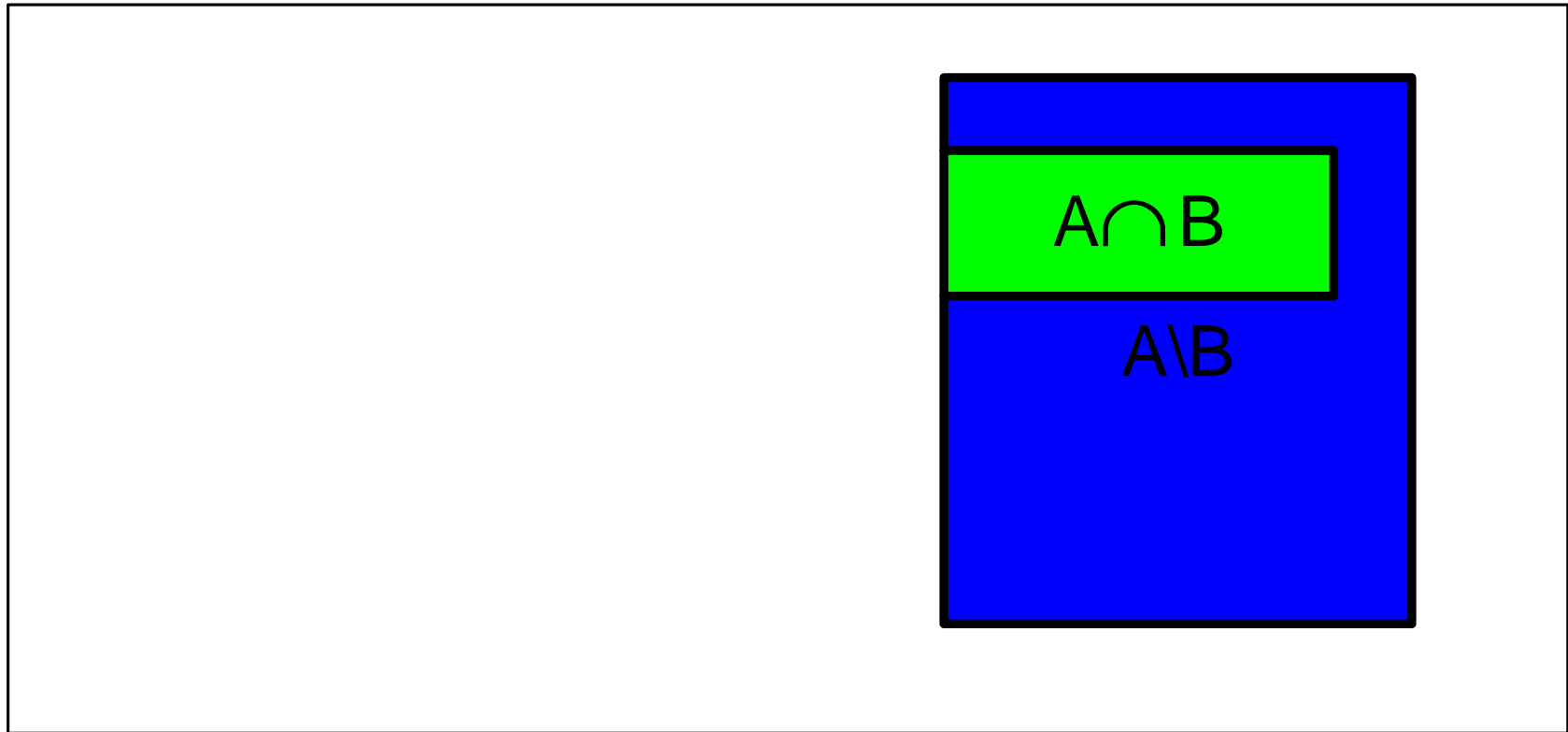
Summen unvereinbarer Ereignisse



$$P(A \cup M) = P(A) + P(M)$$

Grundlagen und Rechenregeln

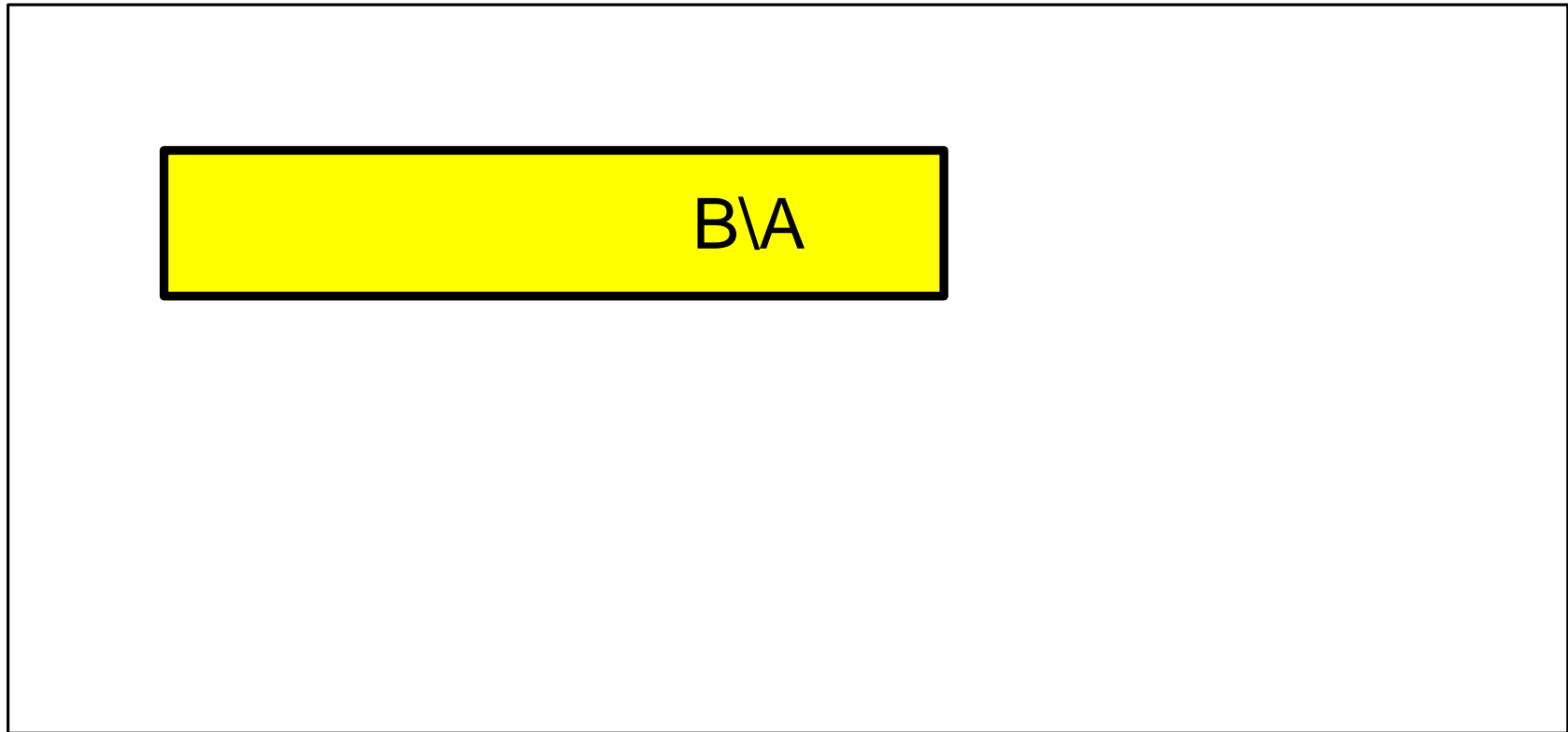
$P(A \text{ aber nicht } B)$



$$P(A \setminus B) = P(A) - P(A \cap B)$$

Grundlagen und Rechenregeln

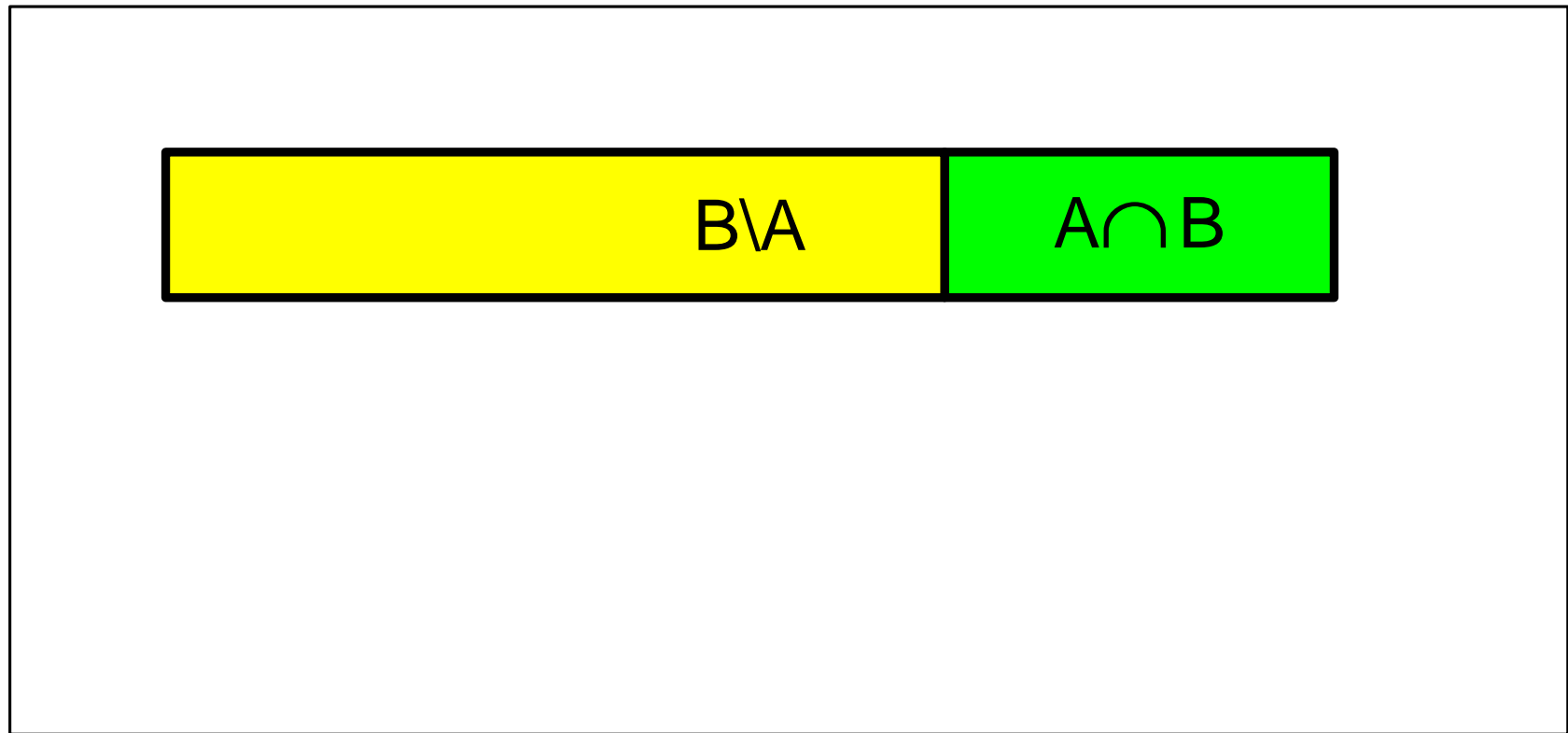
B aber nicht A



$B \setminus A$ = Unbemerker Defekt der Rettungsrakete

Grundlagen und Rechenregeln

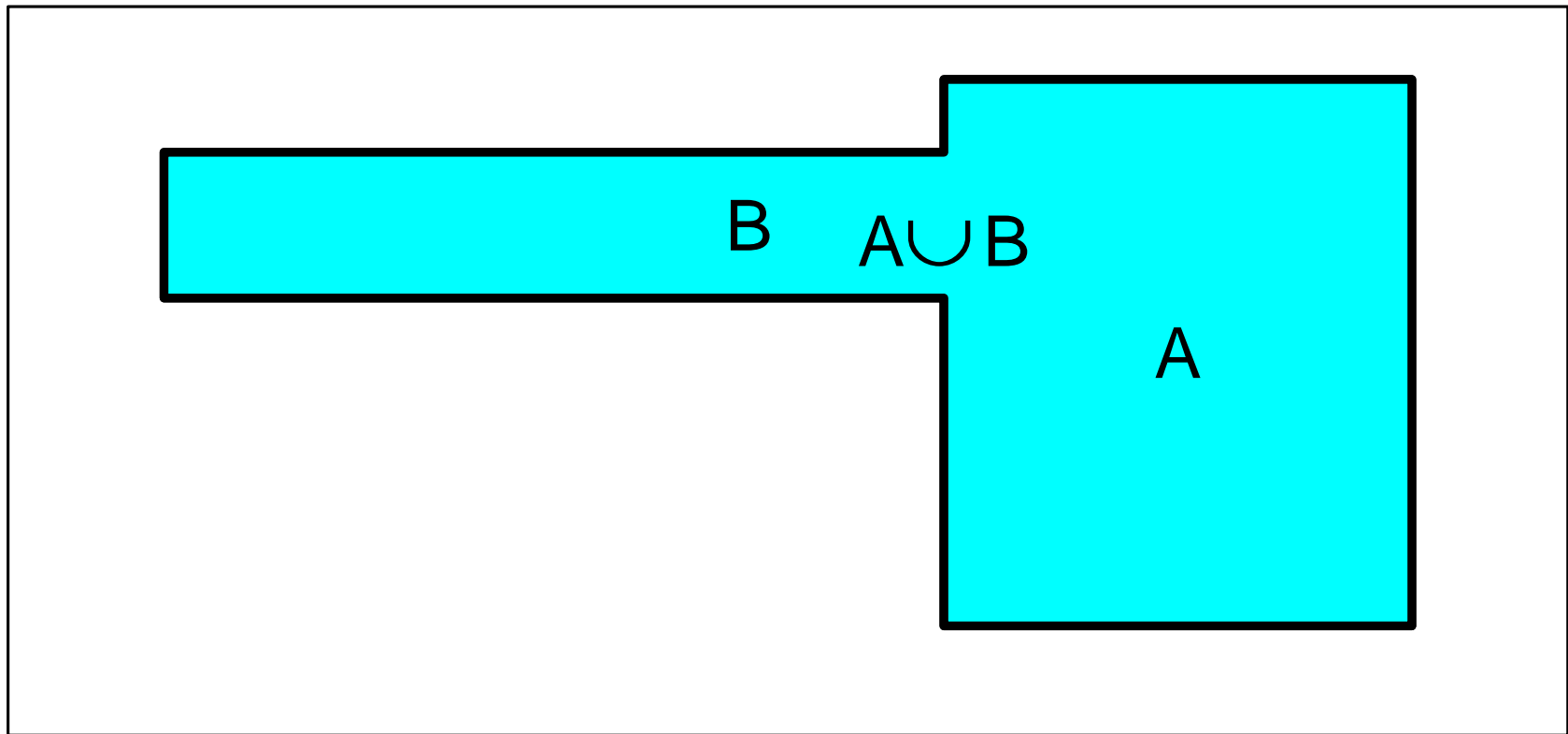
$P(B \text{ aber nicht } A)$



$$P(B \setminus A) = P(B) - P(A \cap B)$$

Grundlagen und Rechenregeln

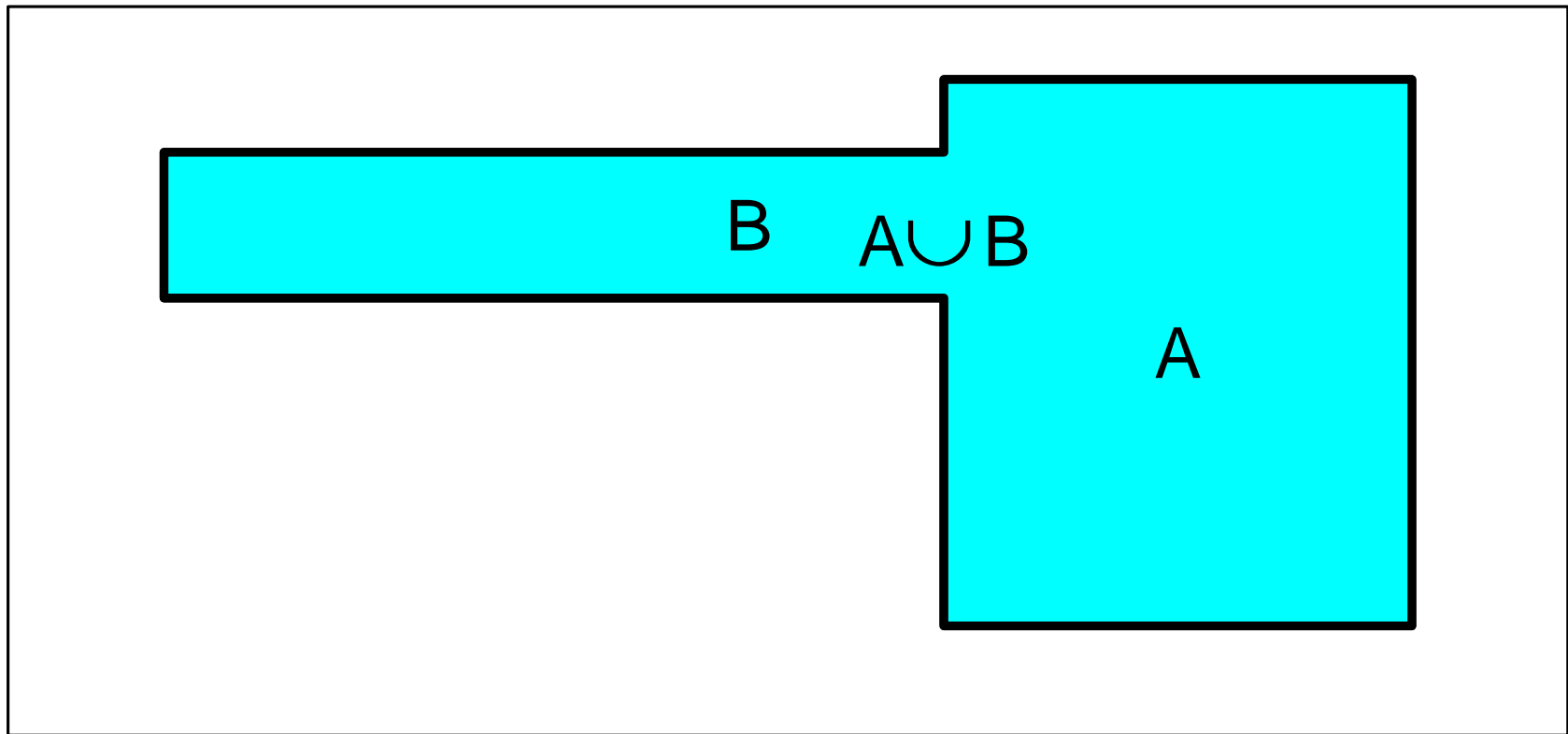
A oder B



$A \cup B =$ Hauptrakete defekt oder Rettungsrakete defekt

Grundlagen und Rechenregeln

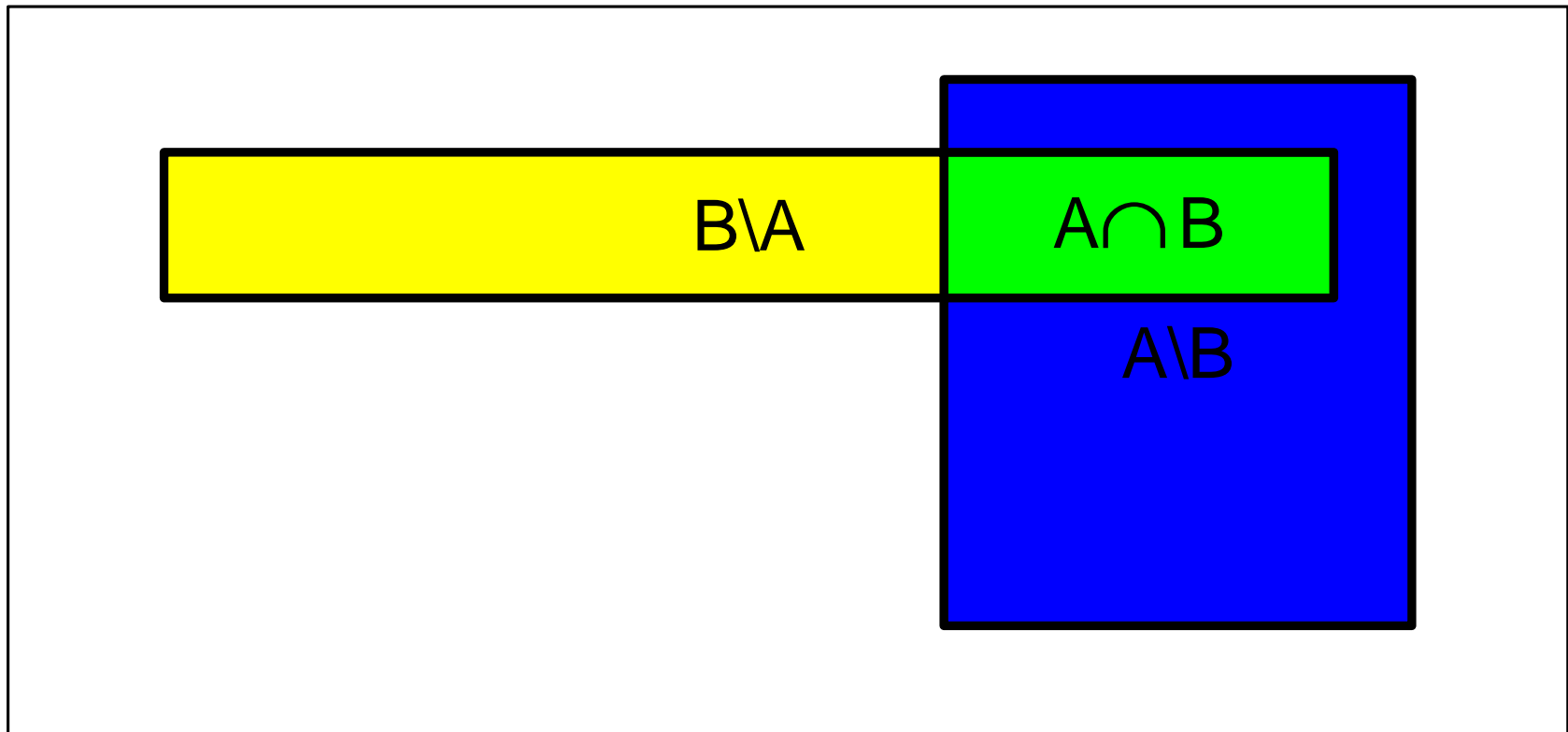
A oder B



$A \cup B = \text{Raumschiff defekt}$

Grundlagen und Rechenregeln

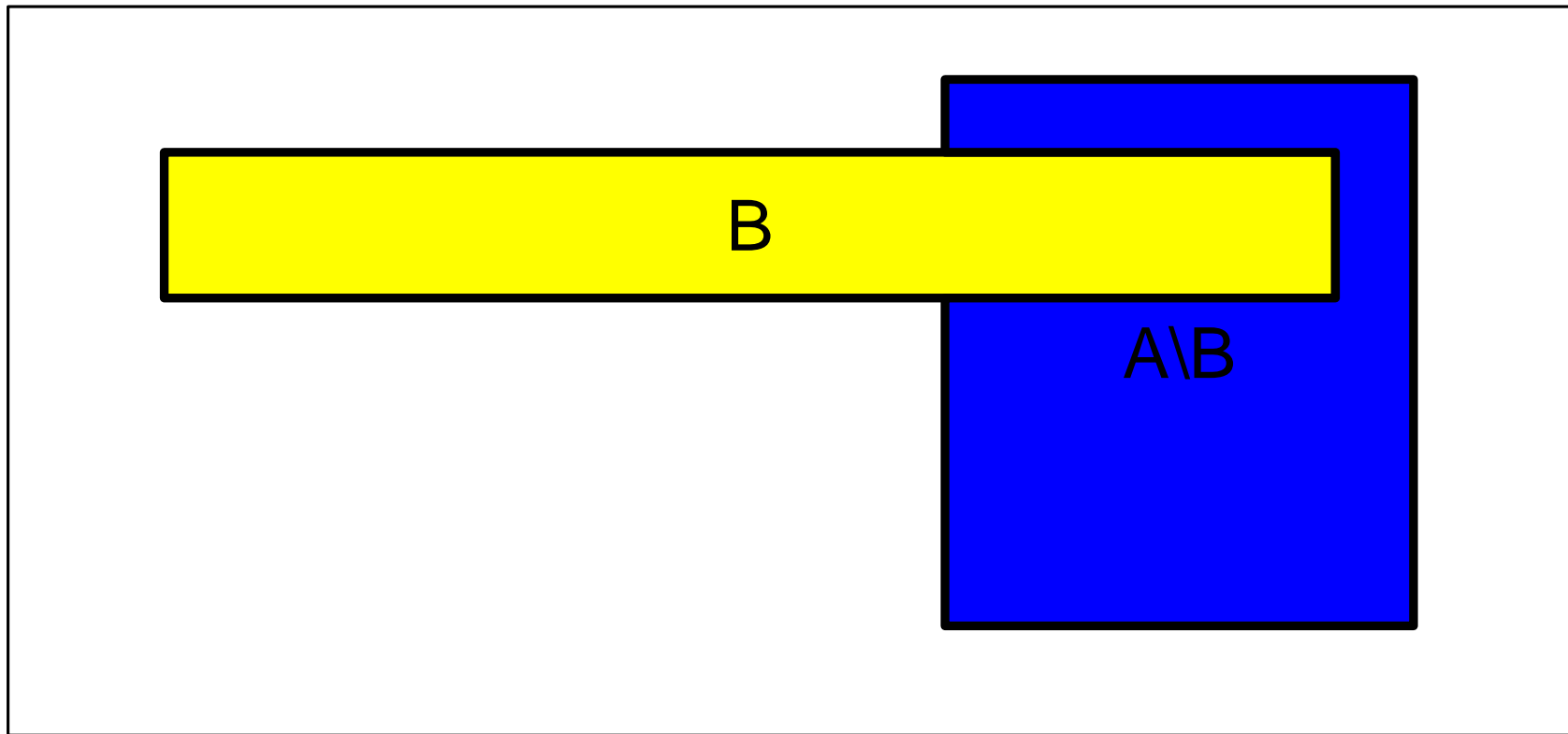
1. Blick auf A oder B



$$A \cup B = (A \setminus B) \cup (A \cap B) \cup (B \setminus A)$$

Grundlagen und Rechenregeln

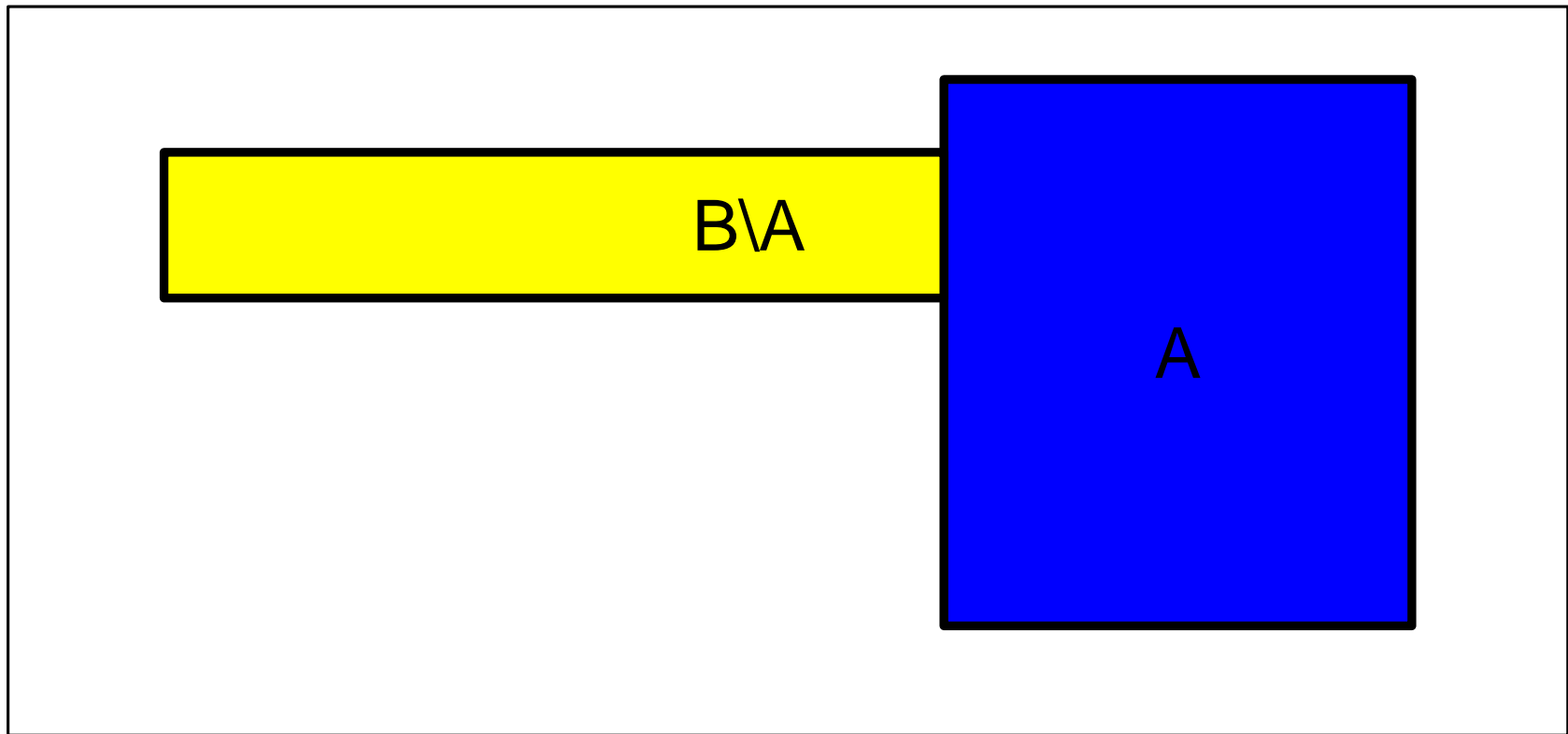
2. Blick auf A oder B



$$A \cup B = (A \setminus B) \cup B$$

Grundlagen und Rechenregeln

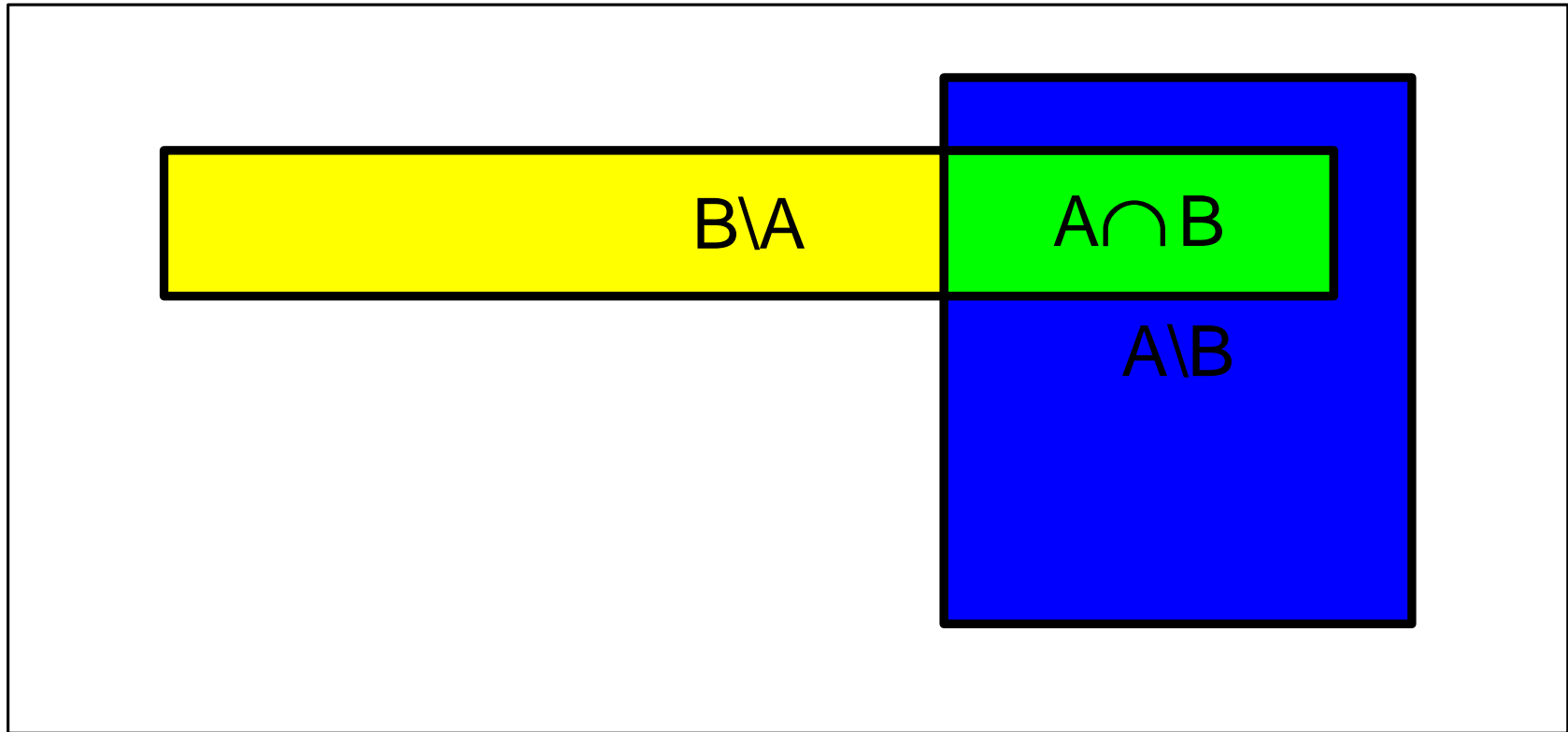
3. Blick auf A oder B



$$A \cup B = A \cup (B \setminus A)$$

Grundlagen und Rechenregeln

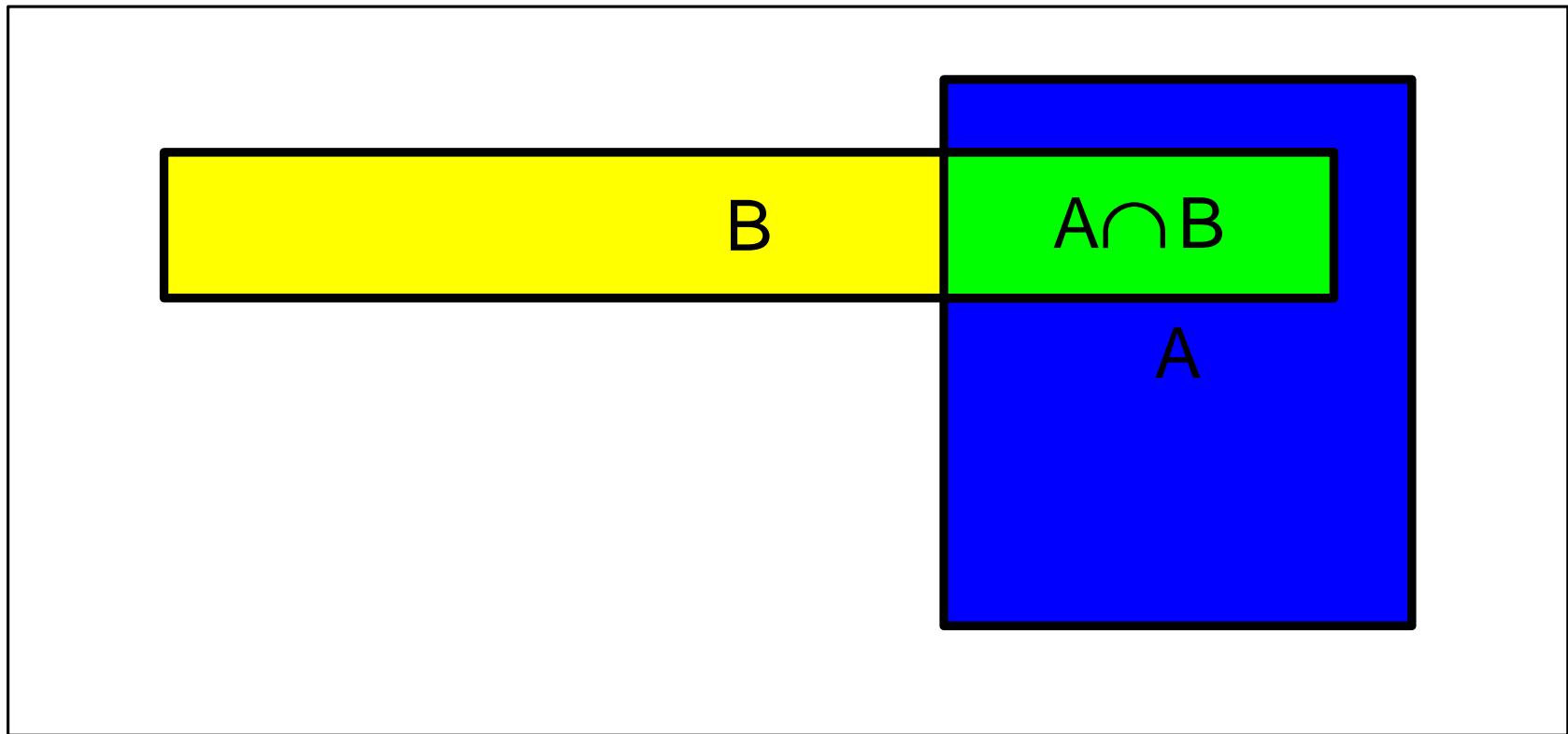
1. Blick auf $P(A \text{ oder } B)$



$$P(A \cup B) = P(A \setminus B) + P(A \cap B) + P(B \setminus A)$$

Grundlagen und Rechenregeln

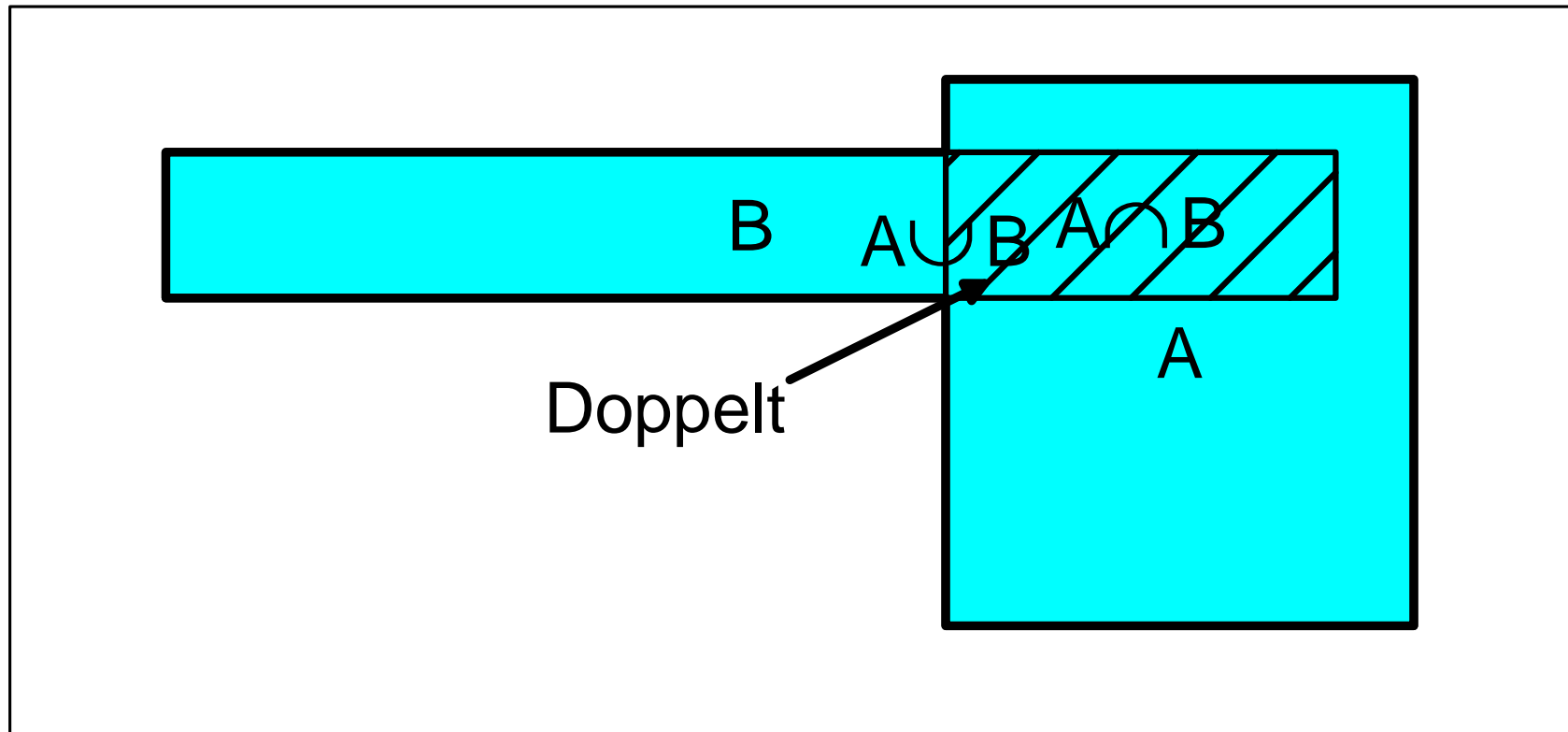
2.Blick auf $P(A \text{ oder } B)$



$$P(A \cup B) = (P(A) - P(A \cap B)) + P((A \cap B)) + (P(B) - P(A \cap B))$$

Grundlagen und Rechenregeln

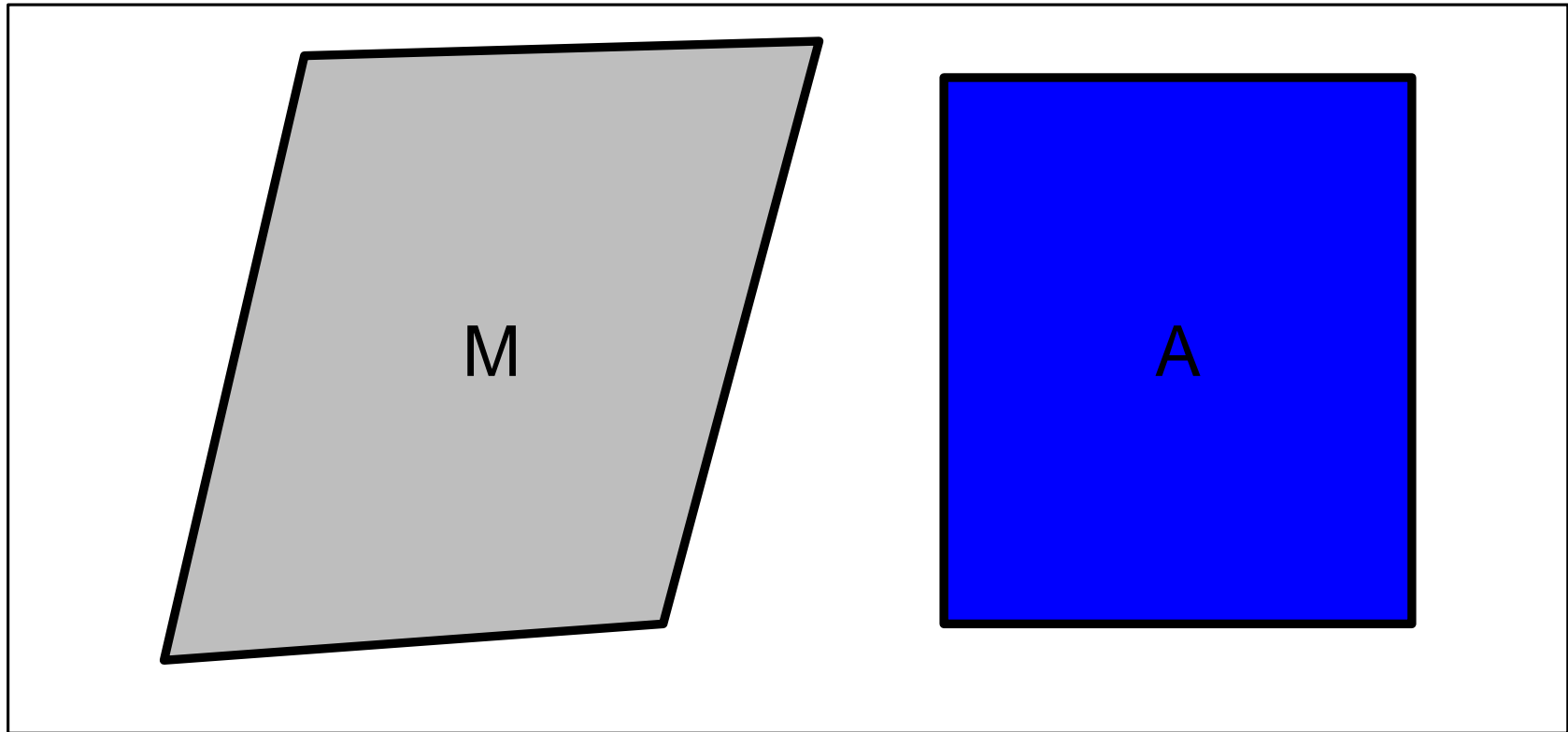
3. Blick auf $P(A \text{ oder } B)$



$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

Grundlagen und Rechenregeln

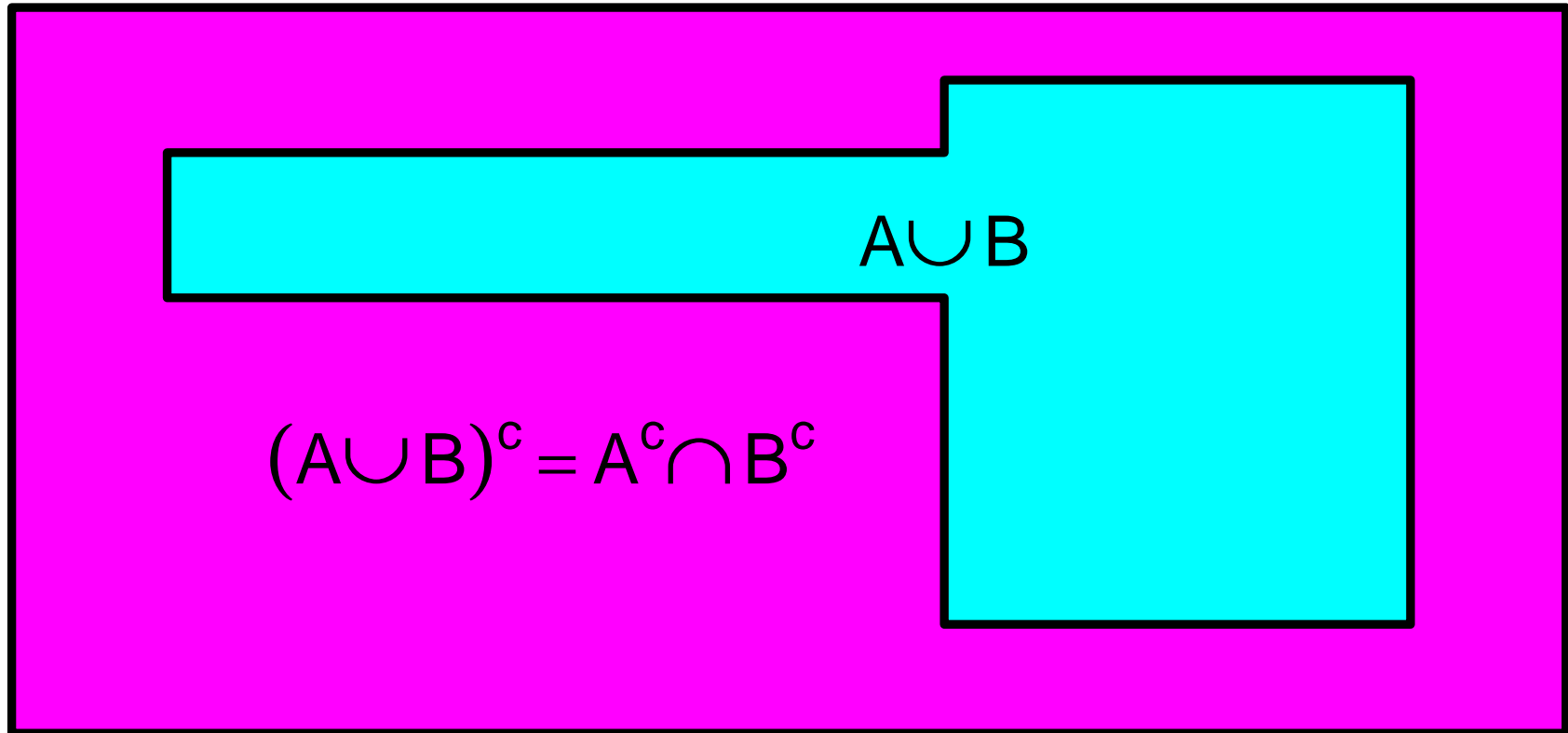
Unvereinbare Ereignisse sind schnittfrei



$$P(A \cup M) = P(A) + P(M) - 0$$

Grundlagen und Rechenregeln

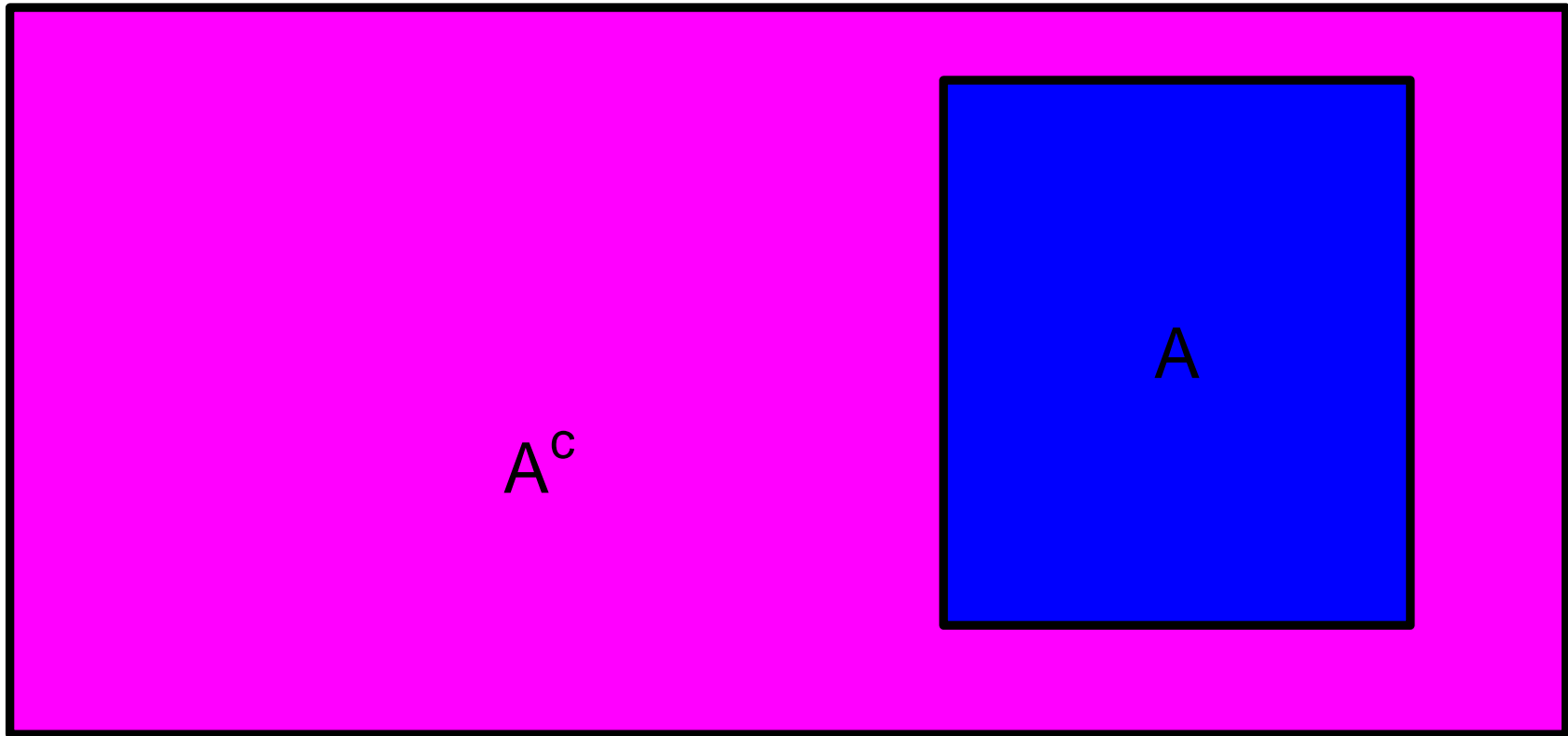
Weder A noch B = Nicht(A oder B)



$(A \cup B)^c = \text{Antriebssysteme intakt}$

Grundlagen und Rechenregeln

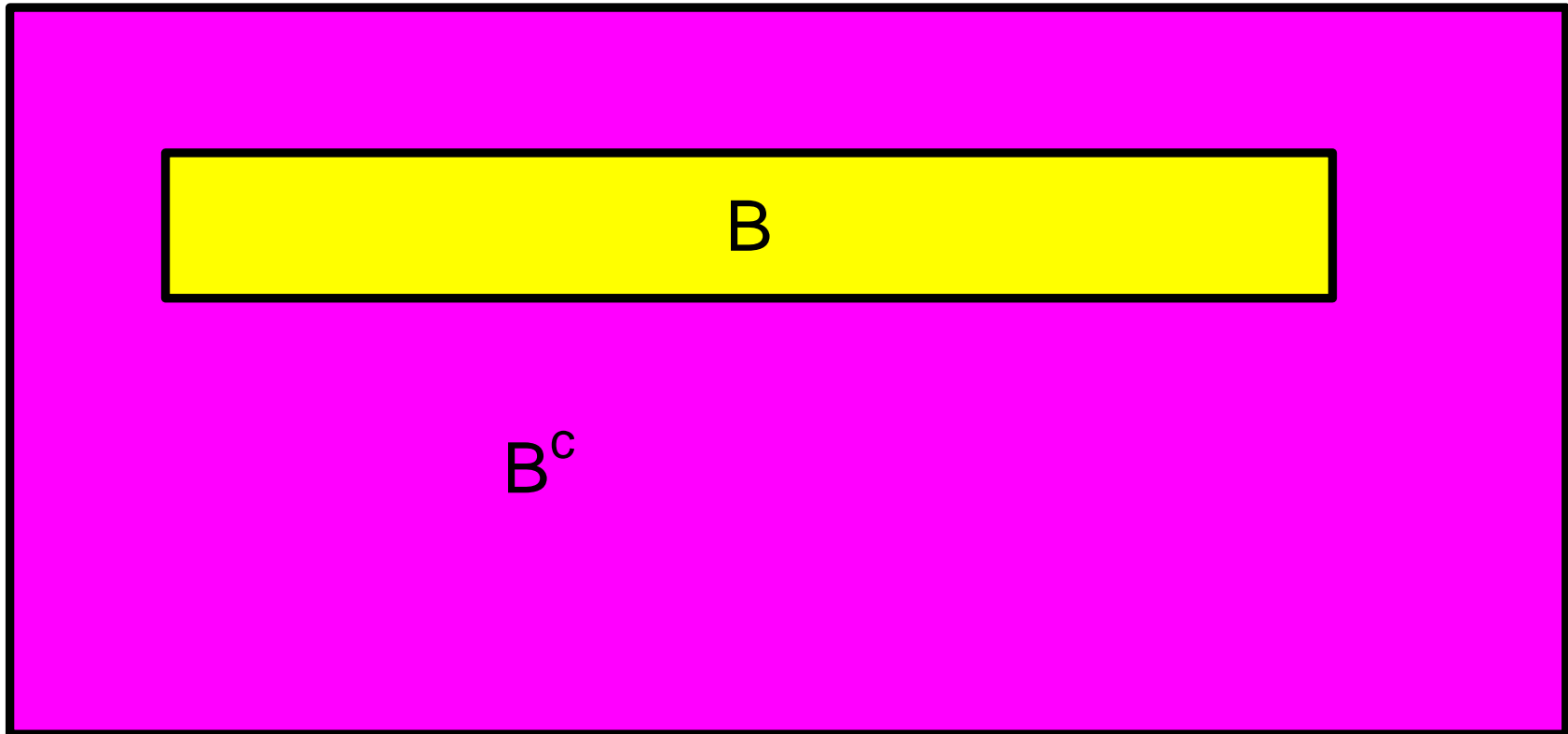
Weder A



A^c und

Grundlagen und Rechenregeln

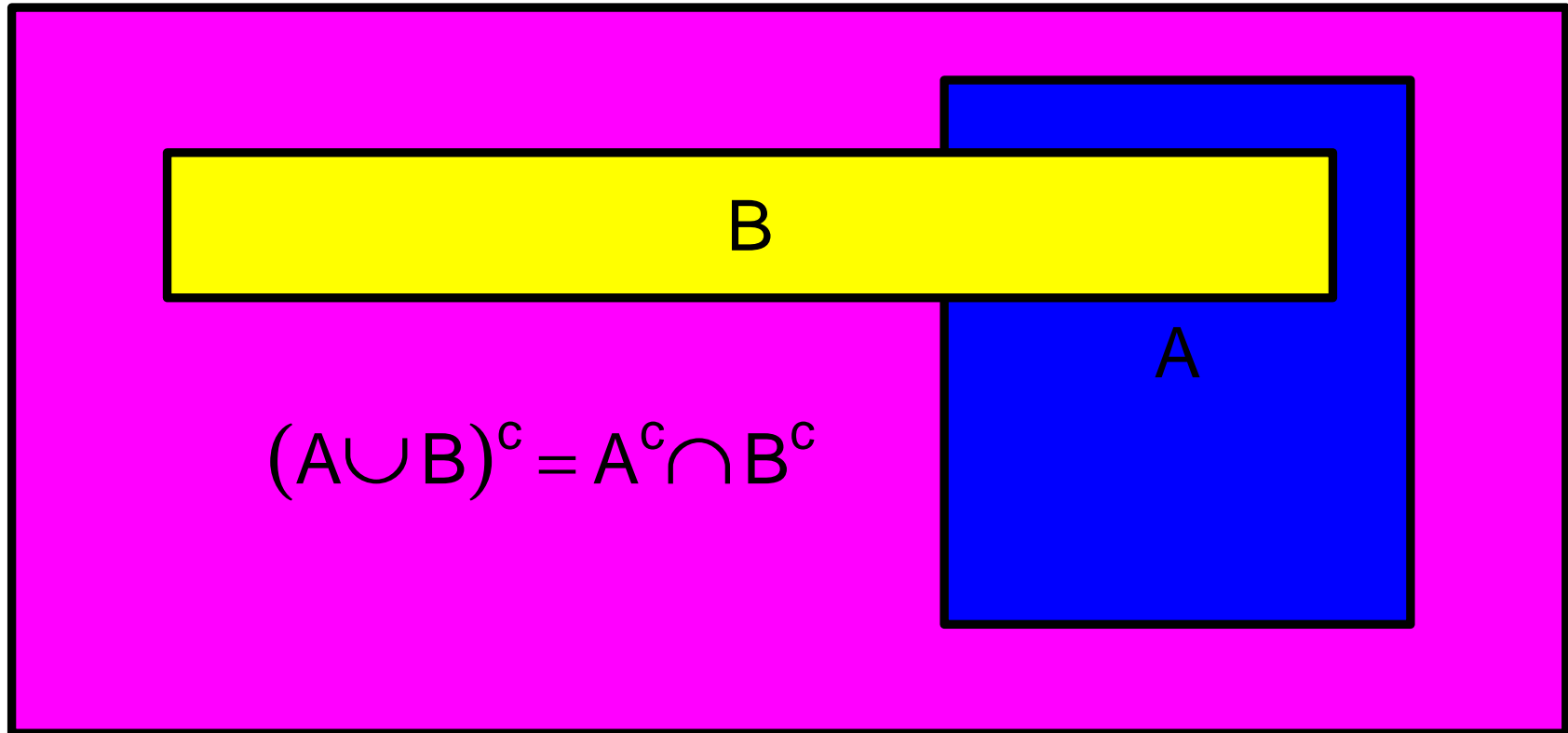
noch B



und B^c

Grundlagen und Rechenregeln

Weder A noch B = Nicht(A oder B)



1. De Morgansche Regel

Grundlagen und Rechenregeln

Nicht A oder nicht B = Nicht(A und B)



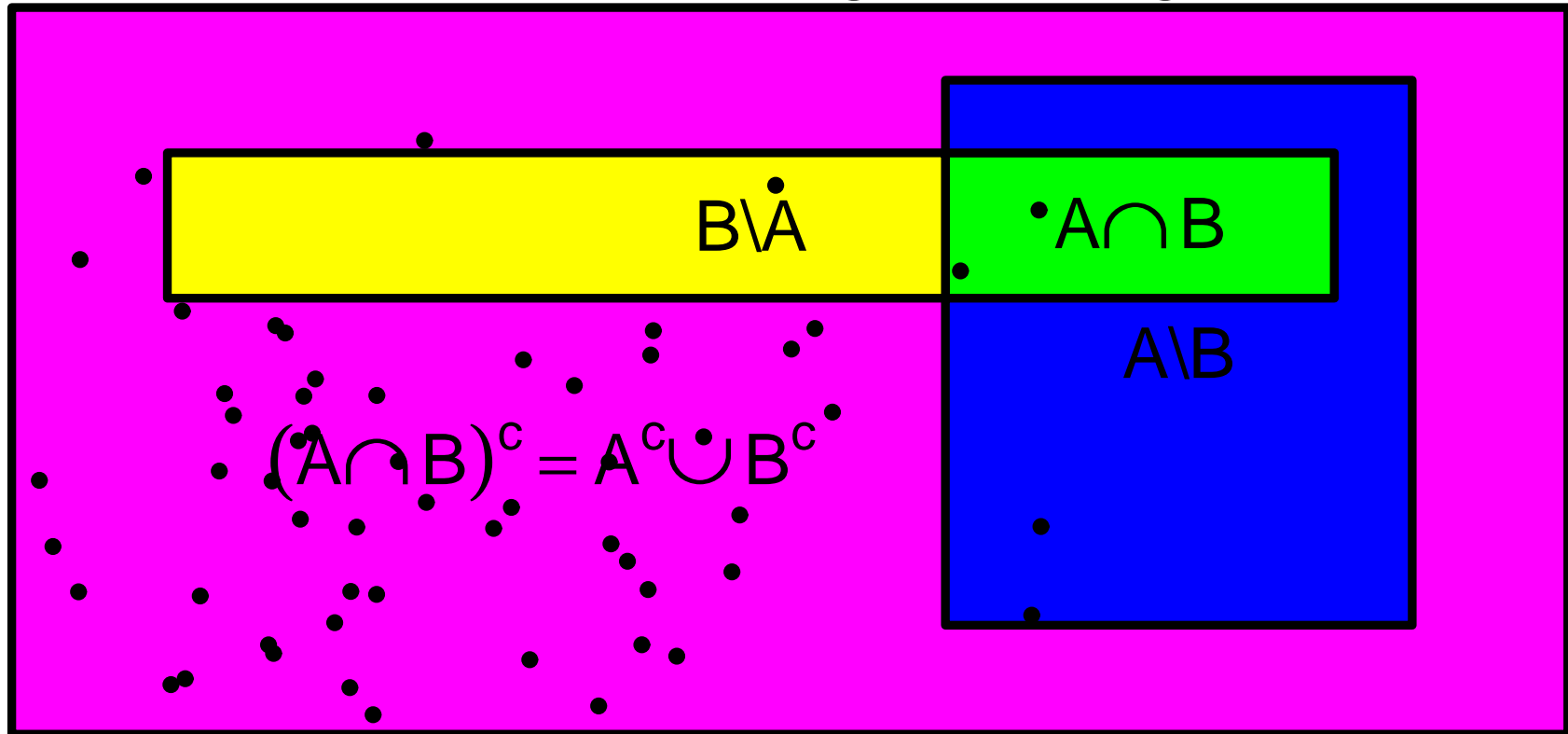
$A \cap B$

$$(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$$

2. De Morgansche Regel

Grundlagen und Rechenregeln

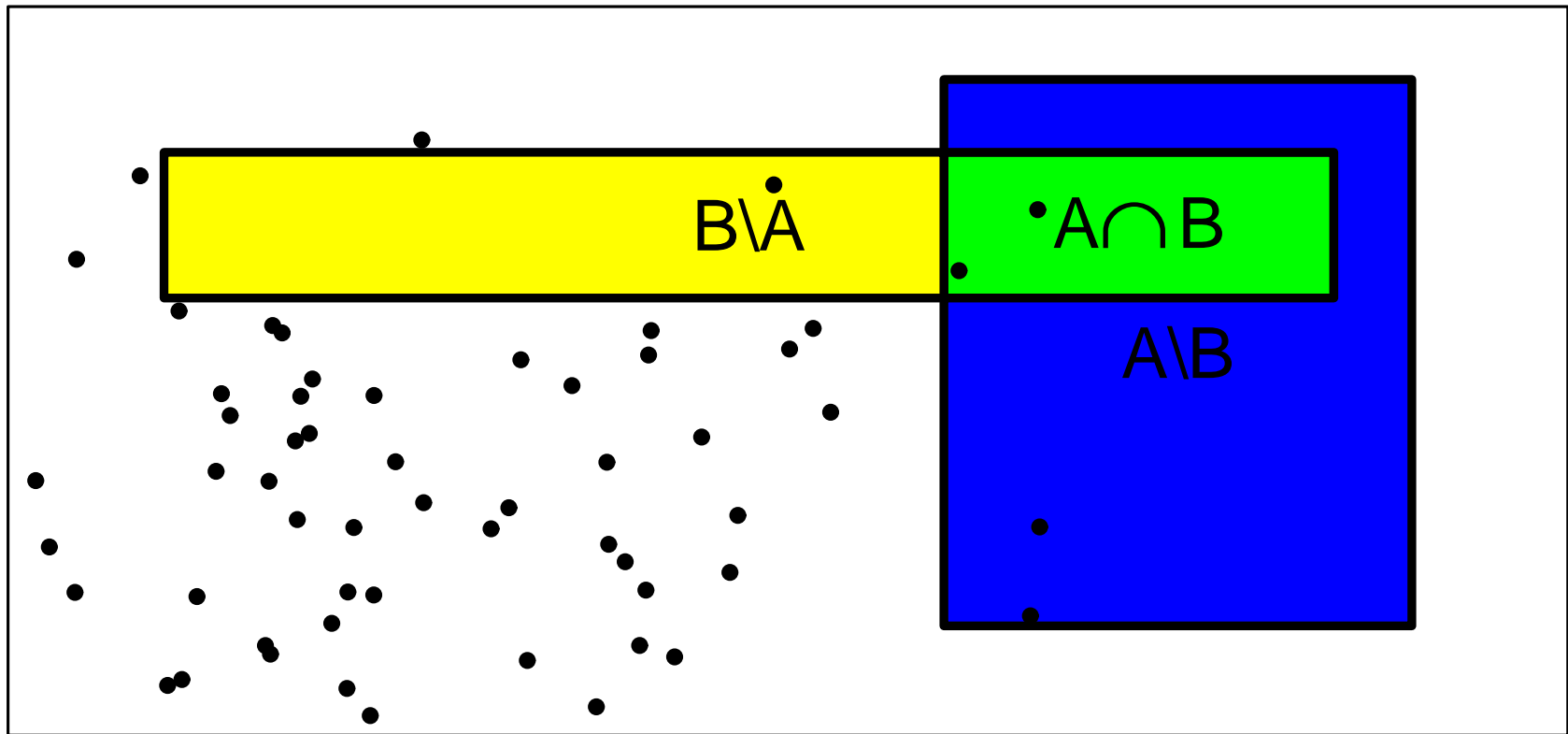
Zusammenfassung (Kolmogorov)



Rechenregeln graphisch offensichtlich

Grundlagen und Rechenregeln

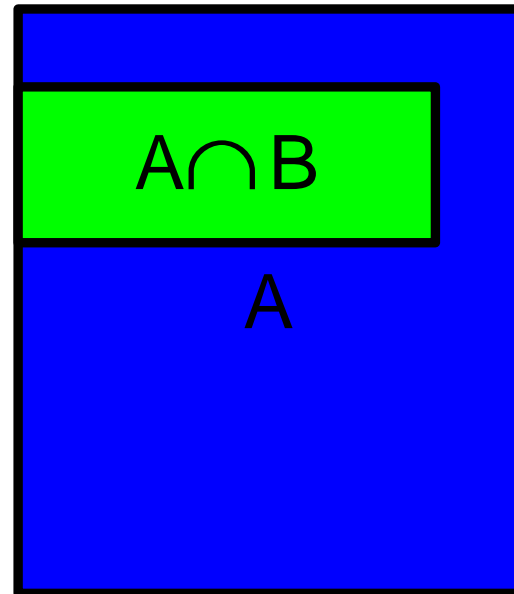
Problem: $P(A \cap B)$ unbekannt



Wir brauchen zusätzliche Konzepte

Grundlagen und Rechenregeln

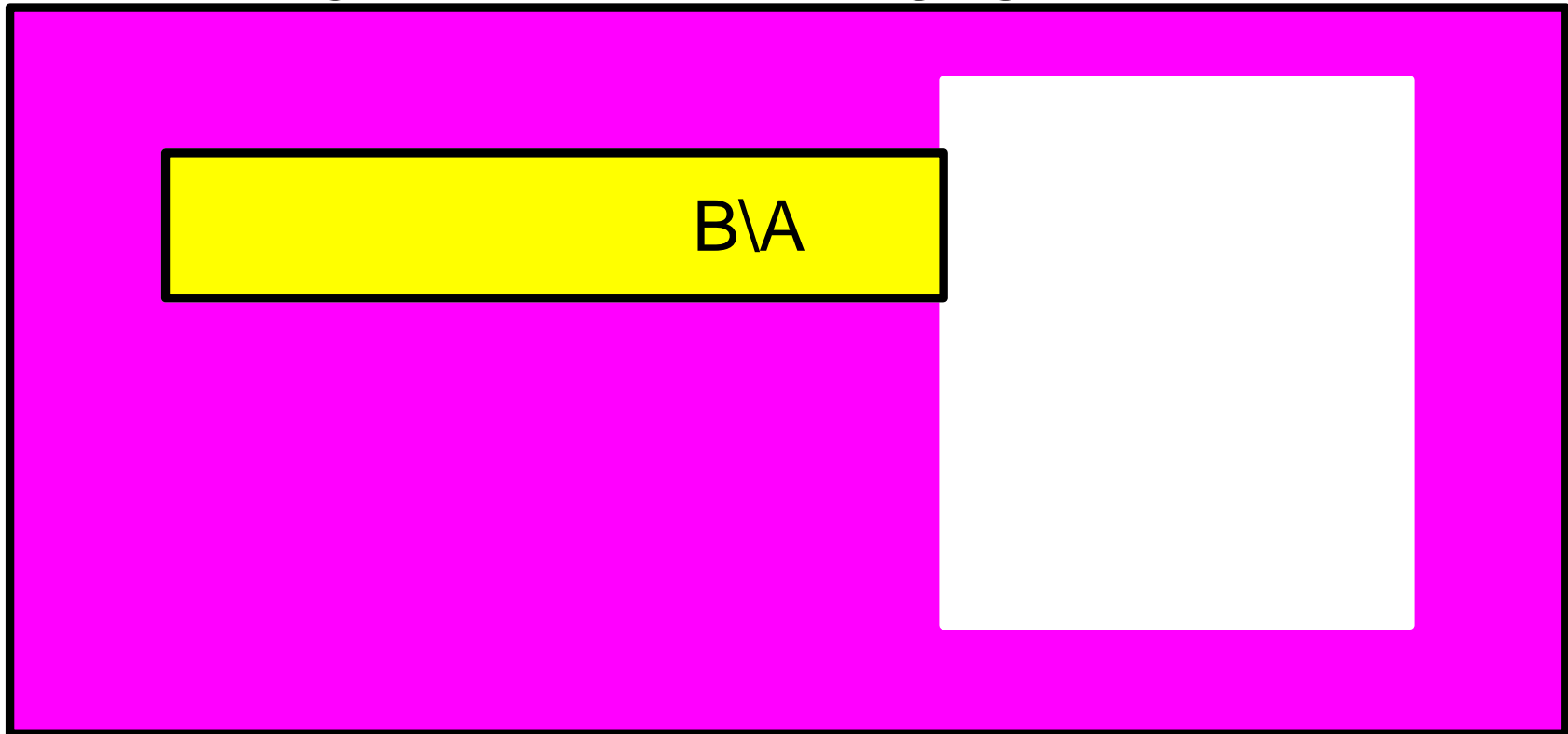
Bedingte W'keit von B gegeben A



$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

Grundlagen und Rechenregeln

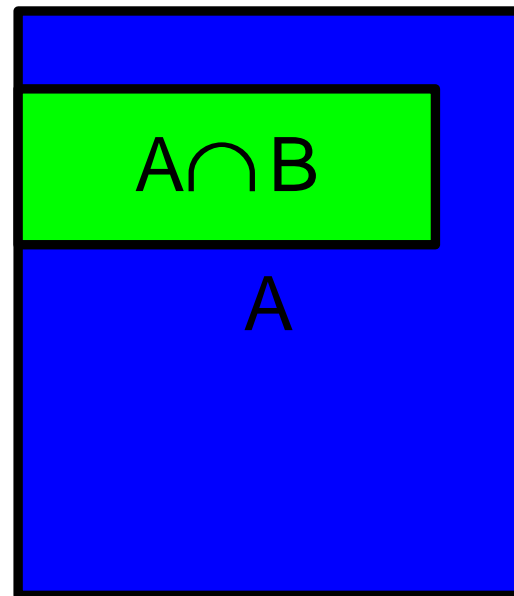
Bedingte W'keit von B gegeben nicht A



$$P(B|A^c) = \frac{P(A^c \cap B)}{P(A^c)}$$

Grundlagen und Rechenregeln

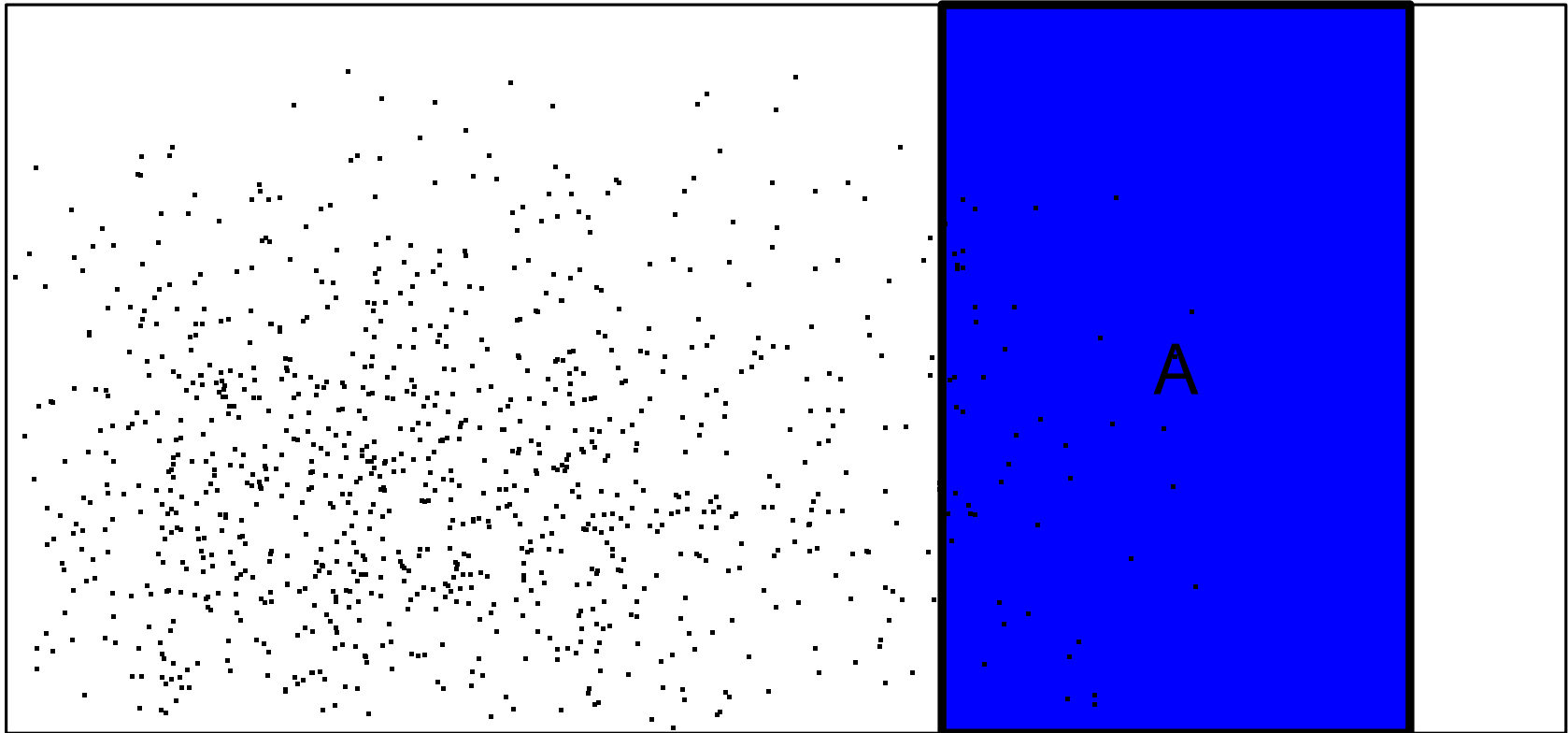
Bedingte W'keit von A gegeben B



$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

Grundlagen und Rechenregeln

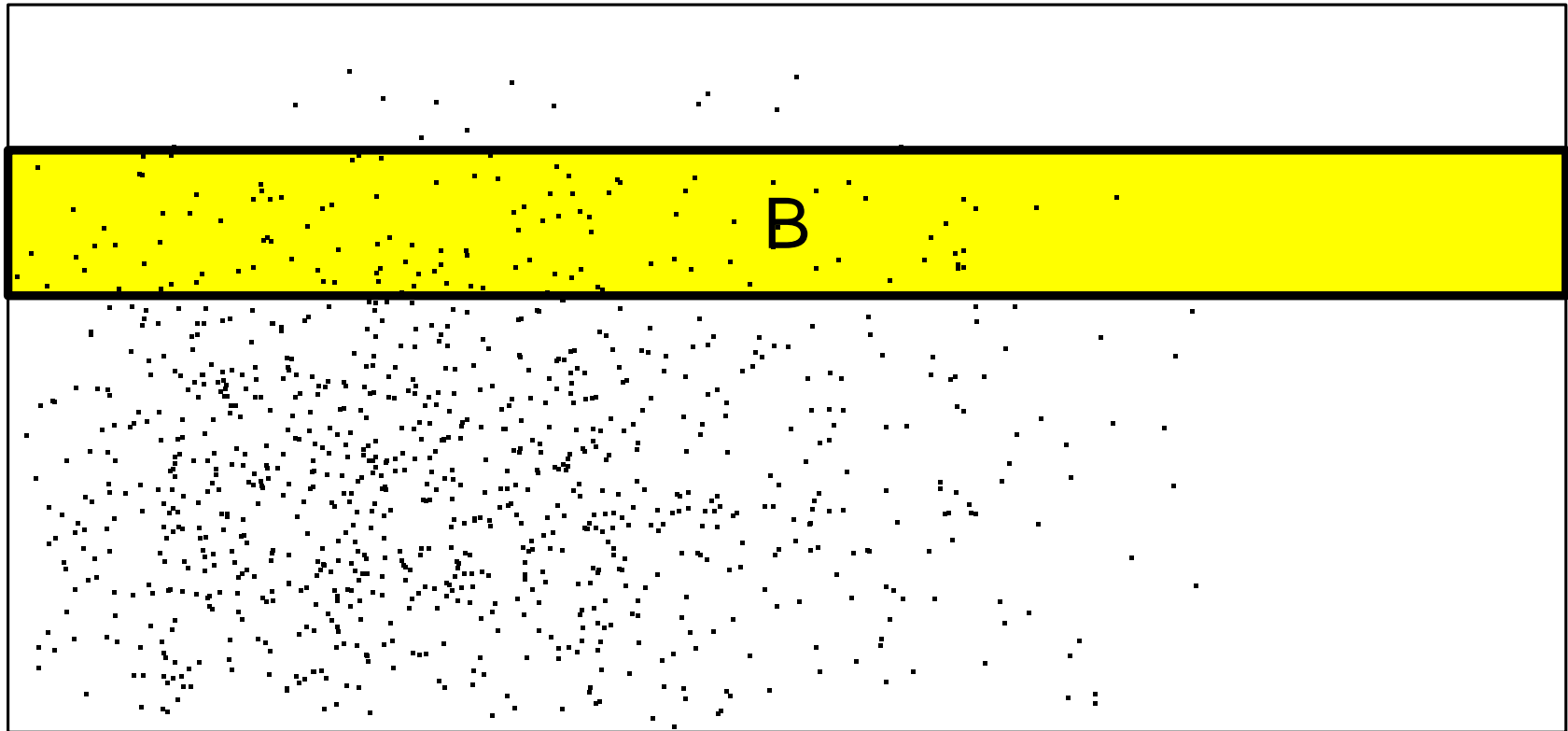
Idee: Unabhängige Ursachen



Raketendefekt hängt nur von Raktenursachen ab

Grundlagen und Rechenregeln

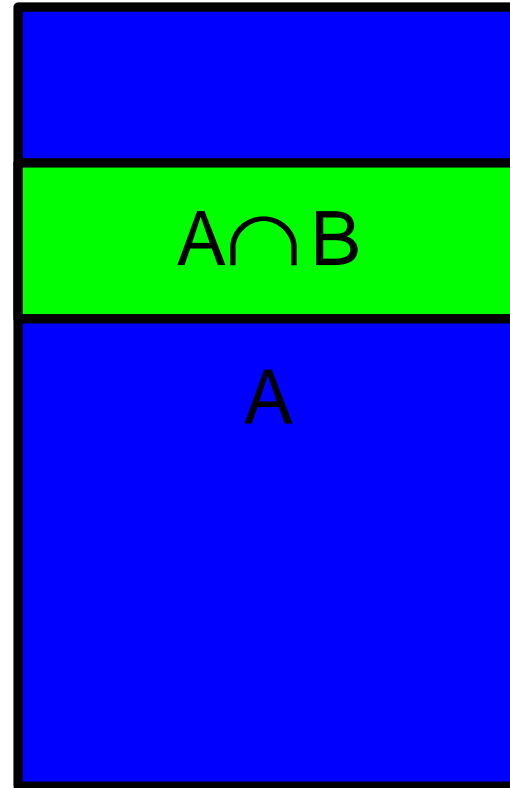
Idee: Unabhängige Ursachen



Rettungsraktendefekt hängt von anderen Ursachen ab

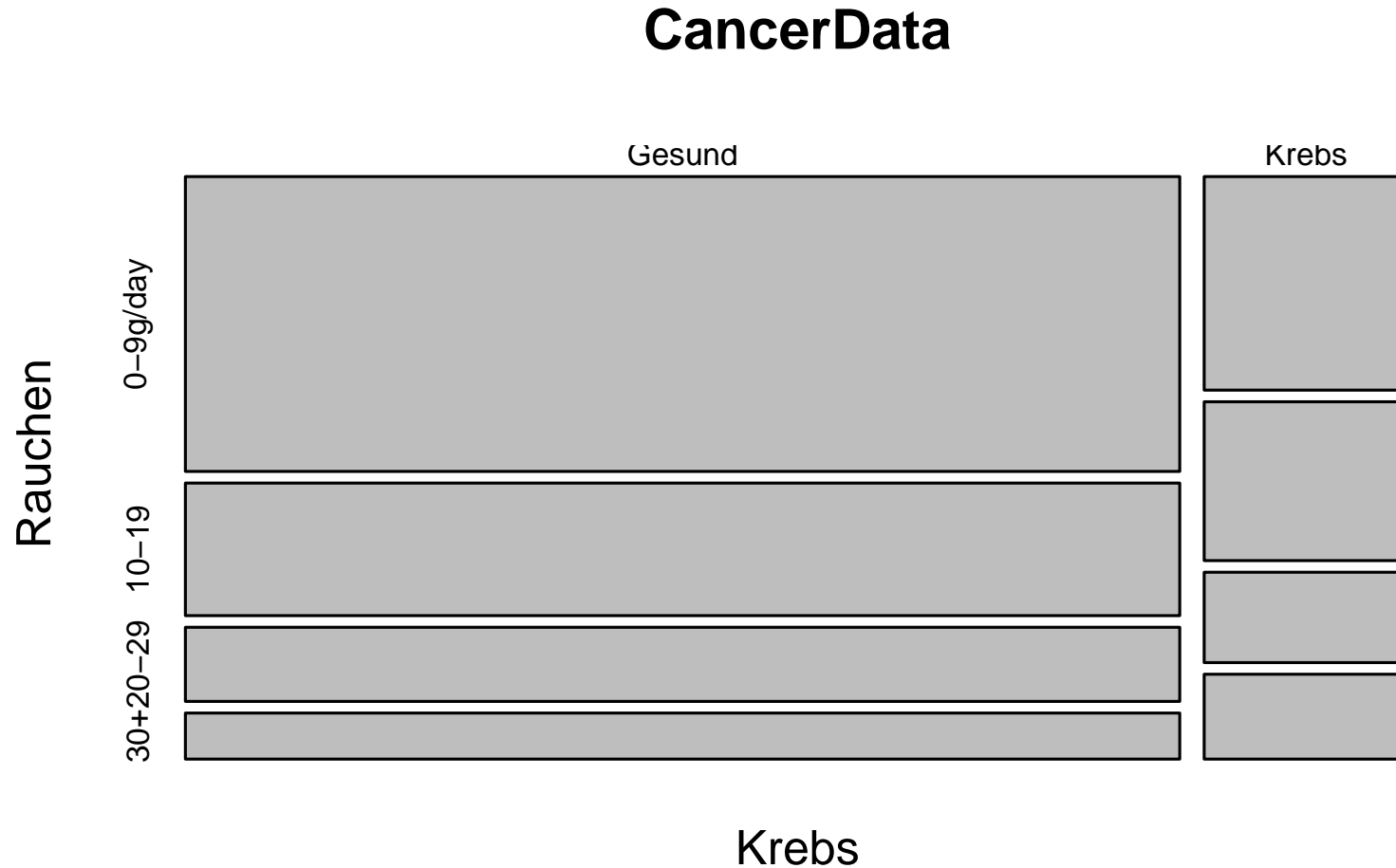
Grundlagen und Rechenregeln

Bedingte W'keit von B gegeben A



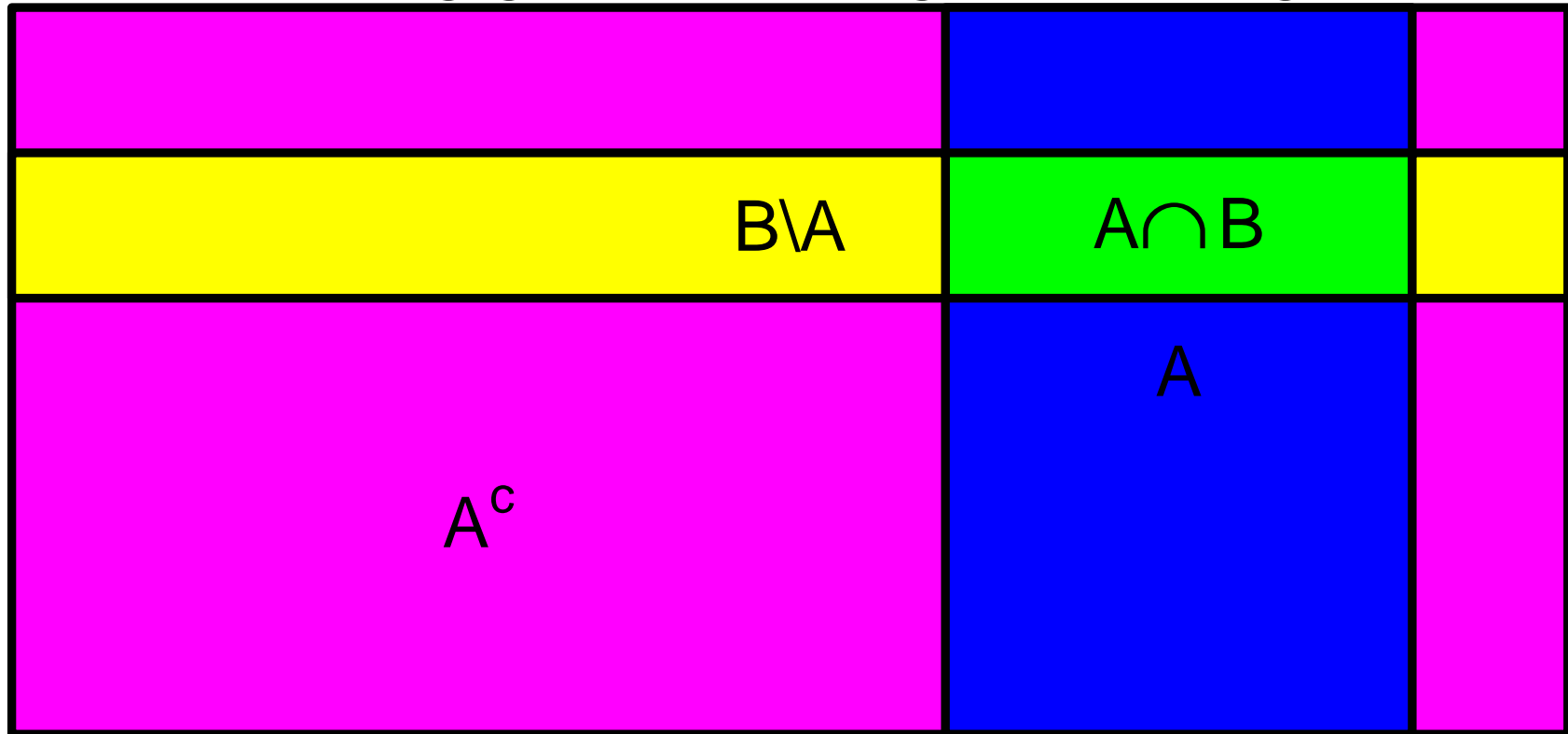
$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

Grundlagen und Rechenregeln



Grundlagen und Rechenregeln

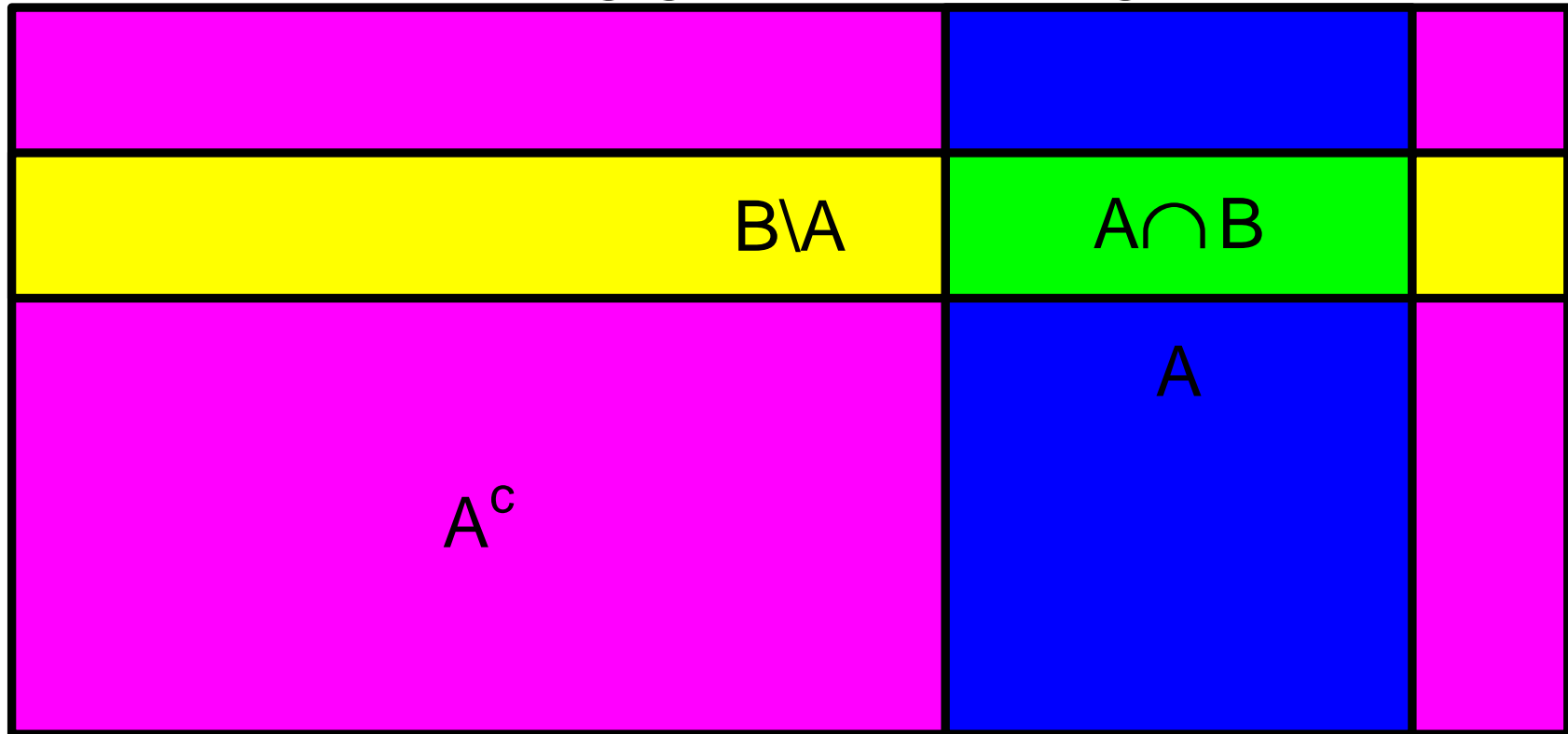
Unabhängig \Leftrightarrow bedingte W'keit gleich



$$P(B|A) = P(B|A^c)$$

Grundlagen und Rechenregeln

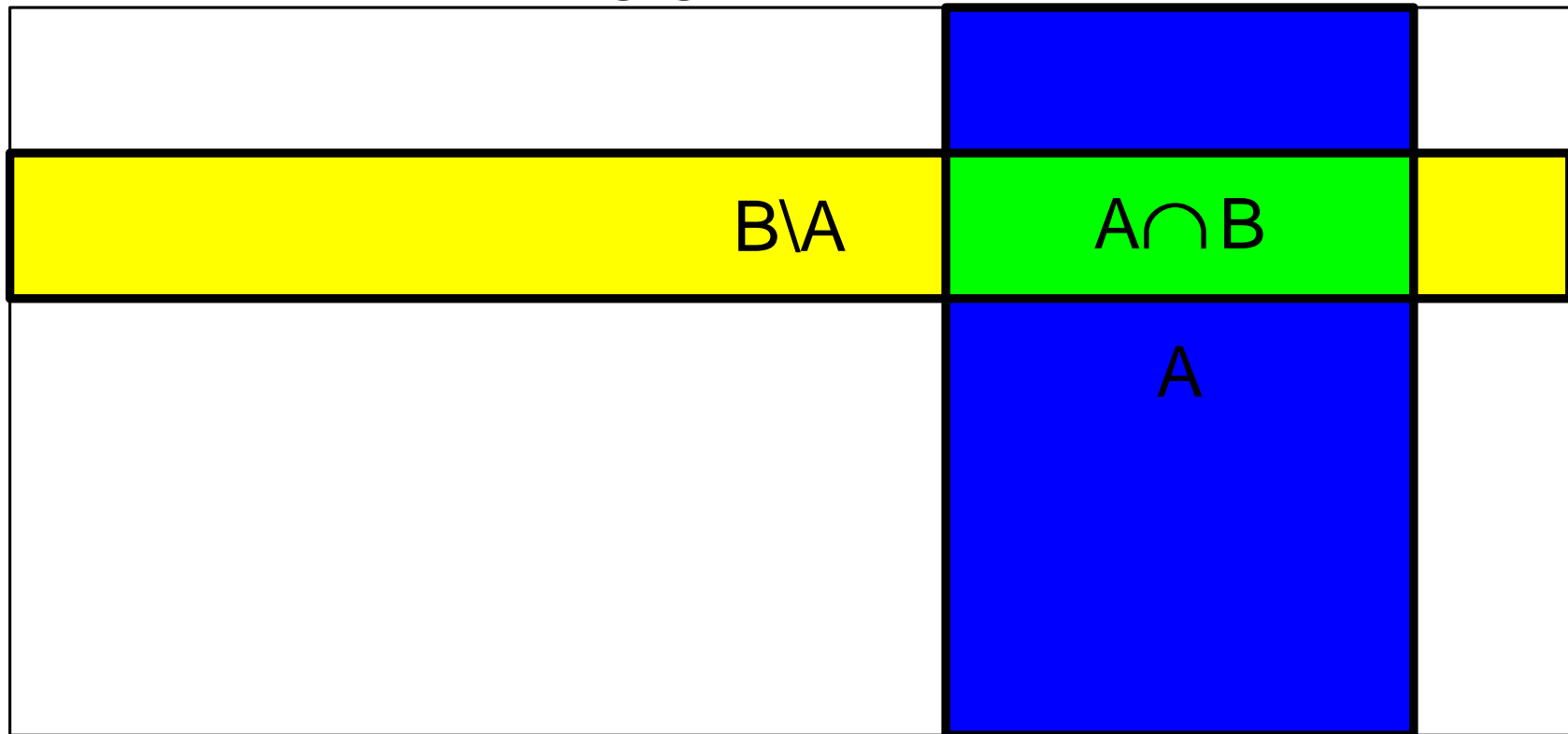
Unabhängig \Leftrightarrow W'keit gleich



$$P(B|A) = P(B)$$

Grundlagen und Rechenregeln

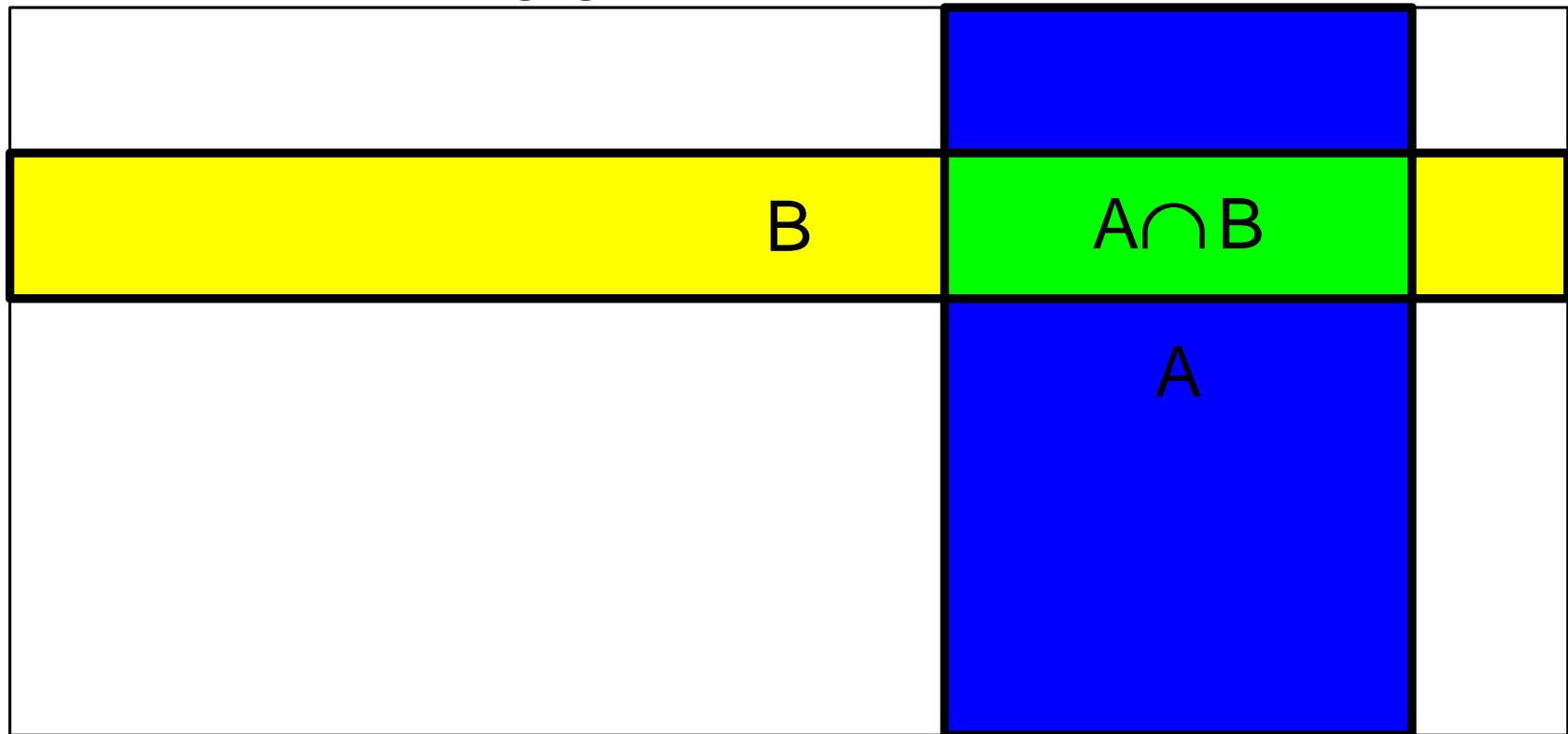
Unabhängig \Leftrightarrow als Dreisatz



$$\frac{P(A \cap B)}{P(A)} = P(B)$$

Grundlagen und Rechenregeln

Unabhängig \Leftrightarrow W'keit ist Produkt



$$P(A \cap B) = P(B)P(A)$$

Grundlagen und Rechenregeln

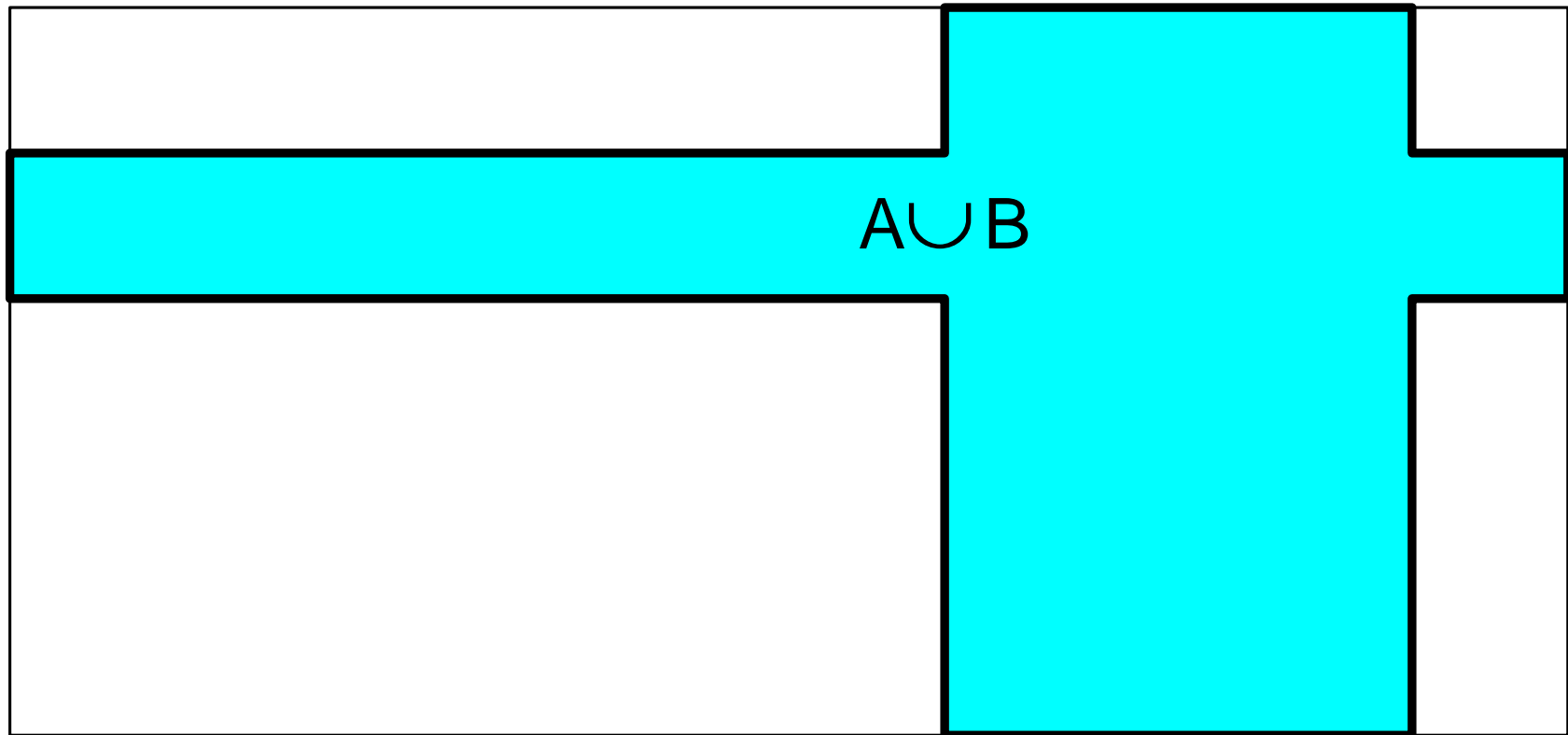
Breite * Höhe



$$P(A \cap B) = P(B)P(A)$$

Grundlagen und Rechenregeln

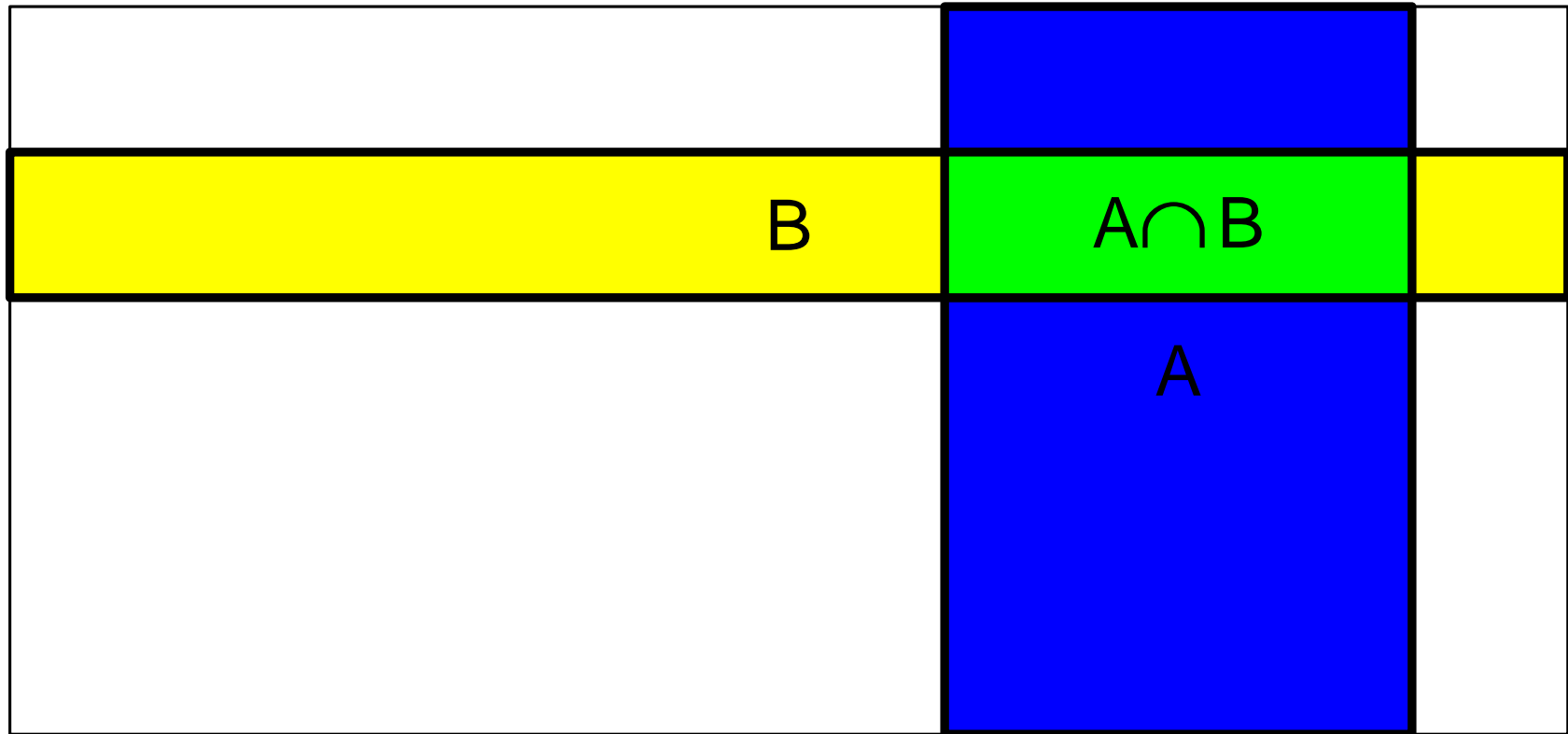
$(1 - \text{Breite}) * (1 - \text{Höhe})$



$$P((A \cup B)^c) = P(B^c)P(A^c)$$

Grundlagen und Rechenregeln

Def: Stochastische Unabhängigkeit



$$P(A \cap B) = P(A)P(B)$$

Ereignisse auf der Simphon

- E =Es findet eine Explosion statt.*
- O_1 =Sauerstoff Tank 1 ist intakt*
- O_2 =Sauerstoff Tank 2 ist intakt*
- B_1 =Brennstoffzell 1 ist betriebsbereit*
- B_2 =Brennstoffzell 2 ist betriebsbereit*
- SI =Steuerungscomputer ist intakt*
- RI =Rettungsrakete ist intakt*
- HI =Hauptantrieb ist intakt*

Weitere Ereignisse auf der Simplon

- O =Sauerstoffversorgung funktioniert= $O_1 \cup O_2$
- B =Brennstoffzellen betriebsbereit= $B_1 \cup B_2$
- S =Stromversorgung wird aufrecht erhalten= $O \cap B$
- SA =Steuerungscomputer arbeitet= $SI \cap S$
- H =Hauptantrieb arbeitet= $SA \cap HI$
- Z =Zündung der Rettungsrakete erfolgt= $H^c \cap SA$
- RA =Rettungsrakete arbeitet= $RI \cap Z$
- A =Astronaut überlebt = $(H \cup RA) \cap O$.
- U =Umlaufbahn wird erreicht= $H \cap RA^c$
- M =Mission erfolgreich= $A \cap U$

Zusammenfassung

Wir haben gelernt:

- Was ist ein Ereignis?
- Formale Logik für Ereignisse.
- Rechenregeln der Logik
- Begriff der Wahrscheinlichkeit
- Grundrechenregeln die für alle Wahrscheinlichkeiten gelten.
- Bedingte Verteilung als Blick auf eine Teilgesamtheit.
- Modellbildung: Stochastische Unabhängigkeit

Wir fassen nun das Gelernte nochmal durch Formeln zusammen.

Grundbegriffe der Logik/Mengenlehre

- $A^c = \Omega \setminus A = \text{nicht } A = \neg A$
- $A \cap B = A \text{ und } B = \text{Sowohl } A \text{ als auch } B$
- $A \cup B = A \text{ oder } B$
- $A \setminus B = A \cap B^c = A \text{ aber nicht } B$
- $A \Delta B = A \text{ xor } B = A \setminus B \cup B \setminus A = \text{Entweder } A \text{ oder } B$
- Das sichere Ereignis: $A \cup A^c = A \Delta A^c = \Omega$
- Das unmögliche Ereignis: $A \cap A^c = \emptyset$
- $(A \cup B)^c = (A^c \cap B^c) = \text{Weder } A \text{ noch } B$
- $(A \cap B)^c = (A^c \cup B^c) = \text{Nicht beides}$
- $A \subset B \Leftrightarrow (A \Rightarrow B) \Leftrightarrow A \text{ impliziert } B$
- $A \cap B = \emptyset \Leftrightarrow A \Delta B = A \cup B \Leftrightarrow A, B \text{ unvereinbar}$

Wahrscheinlichkeit

- Die Wahrscheinlichkeit $P(A)$ ist eine Zahl im Intervall $[0, 1]$, die beschreibt, wie sicher das Ereignis eintritt.

$$P(A_3) = 0.02$$

Wahrscheinlichkeit

- Die Wahrscheinlichkeit $P(A)$ ist eine Zahl im Intervall $[0, 1]$, die beschreibt, wie sicher das Ereignis eintritt.
- Es gibt verschiedene philosophische Grundkonzepte was Wahrscheinlichkeit ist.
 - * als Anteil an der Grundgesamtheit
 - * als Grenzwert unendlich vieler Versuchswiederholungen
 - * als Grad subjektiver Überzeugung
 - * als Naturgesetz eines zufälligen Prozesses
 - * als Modellgröße

Wahrscheinlichkeit

- Die Wahrscheinlichkeit $P(A)$ ist eine Zahl im Intervall $[0, 1]$, die beschreibt, wie sicher das Ereignis eintritt.
- Es gibt verschiedene philosophische Grundkonzepte was Wahrscheinlichkeit ist.
- Es gibt gewisse Grundrechenregeln, die den Konzepten gemeinsam sind.

Kolmogorovsche Axiome

Axiome für Wahrscheinlichkeiten:

- $P(A) \geq 0$
- $P(\Omega) = 1$
- $A \cap B = \emptyset \Rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

Folgerungen/Rechenregeln:

- $0 \leq P(A) \leq 1$
- $P(\emptyset) = 0$
- $P(A^c) = 1 - P(A)$
- $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

Stochastische Unabhängigkeit

Zwei Ereignisse A_1, A_2 heißen stochastisch unabhängig, wenn

$$P(A_1 \cap A_2) = P(A_1)P(A_2)$$

In Zeichen: $A_1 \perp A_2$

Das ist gleichbedeutend mit

- $A_1 \perp A_2^c, A_1^c \perp A_2, A_1^c \perp A_2^c$
- $P(A_2|A_1) = P(A_2) = P(A_2|A_1^c)$
- $P(A_2^c|A_1) = P(A_2^c) = P(A_2^c|A_1^c)$

Mehrfache stochastische Unabhängigkeit

Mehrere Ereignisse A_1, \dots, A_n heißen stochastisch unabhängig, wenn für alle Kombinationen von $k_1, \dots, k_n \in \{„c“, „“\}$:

$$P(A_1^{k_1} \cap \dots \cap A_n^{k_n}) = P(A_1^{k_1})P(A_2^{k_2}) \cdot \dots \cdot P(A_n^{k_n})$$

Ereignisse werden als stochastisch unabhängig modelliert, wenn sie auf Zufallsursachen zurückgehen, die sich in der Realität gegenseitig nicht beeinflussen.

Bedingte Wahrscheinlichkeit

- $P(B|A)$ = Wahrscheinlichkeit von B gegeben A
- $P(B|A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)}$
- $P(B \cap A) = P(B|A)P(A)$
- Mit bedingten Wahrscheinlichkeiten kann man genauso rechnen wie mit unbedingten, da sie sich einfach auf eine Teilmenge beziehen.
- Gelten die Unabhängigkeitsformeln für die bedingten Wahrscheinlichkeiten von A_1, \dots, A_n gegeben B , so heißen sie bedingt unabhängig:

$$P(A_{i_1} \cap \dots \cap A_{i_m} | B) = P(A_1 | B)P(A_2 | B) \cdots P(A_n | B)$$

Beispiel Simplon

Große Aufgabe:

Wie lauten die Wahrscheinlichkeiten für die folgenden Ereignisse bei einem Flug der Simplon:

- $A = \text{Astronaut überlebt} = (H \cup R) \cap O.$
- $M = \text{Mission erfolgreich} = A \cap U$

und was kann man tun, um die Erfolgsaussichten zu erhöhen?

Gegeben: ???

Allgemeine Lösungsstrategien

- Problem der Ausfallmöglichkeiten ignorieren:
Immer wieder laut vor sich hin murmen: Unser Raumschiff hat keine Fehler, unser Raumschiff hat keine Fehler,...
- Kopf in den Sand stecken.
- In einem anderen Arbeitszweig Arbeit suchen. z.B. Abfallwirtschaft, Atomindustrie, Sicherheitsystemebau, Medizintechnik,...
- Aufgabe an jungen Mitarbeiter delegieren.
- Risikoastronauten buchen.
- Insistieren, dass in den Klausuren, ja nur vereinfachte Beispiele drankommen.
- Arbeitsgruppe "Risikoeinschätzung" bilden und mit mehreren Politikern besetzen.

Allgemeine Lösungsstrategien

- Kühlen Kopf bewahren.
- Aufgabe in Teilaufgaben zerlegen.
- Einige Teilaufgaben delegieren.
- Konzeptionelles Modell des Risikos beim Raumschiff entwickeln.
- Eventuelle Modell zunächst vereinfachen.
- Nötige Vorinformationen identifizieren.
- Nötige Vorinformationen aus verschiedenen Quellen zusammensuchen.
- Wahrscheinlichkeitsrechnung schrittweise anwenden.

Modellbildung am Beispiel

Der erste Schritt ist die Modellbildung:

- Einzelne Komponenten können aus verschiedenen Gründen ausfallen:
Innerer Defekt,
Störung oder Zerstörung durch externen Einfluss,
(hier: Explosion)
fehlende Betriebsvoraussetzungen. (hier: fehlender Strom, fehlende Steuerung)

Modellbildung am Beispiel

Der erste Schritt ist die Modellbildung:

- Einzelne Komponenten können aus verschiedenen Gründen ausfallen:
Innerer Defekt,
Störung oder Zerstörung durch externen Einfluss,
(hier: Explosion)
fehlende Betriebsvoraussetzungen. (hier: fehlender Strom, fehlende Steuerung)
- Innere Defekte treten stochastisch unabhängig voneinander auf.

Modellbildung am Beispiel

Der erste Schritt ist die Modellbildung:

- Einzelne Komponenten können aus verschiedenen Gründen ausfallen:
Innerer Defekt,
Störung oder Zerstörung durch externen Einfluss,
(hier: Explosion)
fehlende Betriebsvoraussetzungen. (hier: fehlender Strom, fehlende Steuerung)
- Innere Defekte treten stochastisch unabhängig voneinander auf.
- Zwischen Ereignissen bestehen gewisse logischen Beziehungen.

Was brauchen wir?

Wir brauchen also:

- Wahrscheinlichkeiten für innere Defekte. (Woher?)
- Wahrscheinlichkeitsmodelle für externe Zerstörung.
- Modellierung der logischen Beziehungen, die durch fehlenden Betriebsvoraussetzungen entstehen.
- Logische Formulierung der Abhängigkeit von Ereignissen

Komponentenereignisse auf der Simplon

- E =Es findet eine Explosion statt.*
- O_1 =Sauerstoff Tank 1 ist intakt*
- O_2 =Sauerstoff Tank 2 ist intakt*
- B_1 =Brennstoffzell 1 ist betriebsbereit*
- B_2 =Brennstoffzell 2 ist betriebsbereit*
- SI =Steuerungscomputer ist intakt*
- RI =Rettungsrakete ist intakt*
- HI =Hauptantrieb ist intakt*

Sind diese Ereignisse stochastisch unabhängig?

Nein, da eine Explosion O2-Tanks und Brennstoffzellen zerstören würde.

Bedingtes Modell

- Gegeben es findet eine Explosion statt (E), so
 - O2-Tanks und Brennstoffzellen werden zerstört:
 $P(O_1|E) = 1$
 - SI, RI, HI bleiben unberührt: z.B. $P(SI|E) = P(SI)$
 - Die Ereignisse $O_1, O_2, B_1, B_2, SI, RI, HI$ sind stochastisch unabhängig gegeben E
- Gegeben es findet keine Explosion statt (E^c), so
 - Sind $O_1, O_2, B_1, B_2, SI, RI, HI$ stochastische unabhängig (gegeben E).
 - Die Komponentenzuverlässigkeiten ergeben sich aus ihren inneren beim Zulieferer spezifizierten Zuverlässigkeiten.

Komponentenzuverlässigkeit

Innere Zuverlässigkeiten der Einzelsysteme:

- $P(E) = 0.001$: Es findet eine Explosion statt.*
- $P(O_1|E^c) = 0.99$: Sauerstoff Tank 1 ist intakt*
- $P(O_2|E^c) = 0.99$: Sauerstoff Tank 2 ist intakt*
- $P(B_1|E^c) = 0.99$: Brennstoffzell 1 ist betriebsbereit*
- $P(B_2|E^c) = 0.99$: Brennstoffzell 2 ist betriebsbereit*
- $P(SI) = 0.9999$: Steuerungscomputer ist intakt*
- $P(RI) = 0.95$: Rettungsrakete ist intakt*
- $P(HI) = 0.97$: Hauptantrieb ist intakt*

Modellvorstellung: Diese Ereignisse sind gegeben E und gegeben E^c stochastisch unabhängig.

Woher bekommt man W'keiten?

● Quellen

- Durch die Verantwortlichen für die Teilmodule (delegieren)
- Spezifizierte Zuverlässigkeit (festlegen)
- Literatur (finden)

● Subjektiv

- Erfahrung, Einschätzungen (Was mit der Zeit kommt)

● Objektiv

- Schätzung aus relativen Häufigkeiten (statistisch)
- Wahrscheinlichkeitsrechnung (was gerade lernen)
- Verteilungen und Toleranzgrenzen (was wir später lernen)

Logische Beziehungen zwischen Ereignissen

- O =Sauerstoffversorgung funktioniert= $O_1 \cup O_2$
- B =Brennstoffzellen betriebsbereit= $B_1 \cup B_2$
- S =Stromversorgung wird aufrecht erhalten= $O \cap B$
- SA =Steuerungscomputer arbeitet= $SI \cap S$
- H =Hauptantrieb arbeitet= $SA \cap HI$
- Z =Zündung der Rettungsrakete erfolgt= $H^c \cap SA$
- RA =Rettungsrakete arbeitet= $RI \cap Z$
- A =Astronaut überlebt = $(H \cup RA) \cap O$.
- U =Umlaufbahn wird erreicht= $H \cap RA^c$
- M =Mission erfolgreich= $A \cap U$

Weiteres Vorgehen

- Jetzt können wir schrittweise versuchen mit den erlernten Zusammenhängen die Wahrscheinlichkeiten auszurechnen.
- Wir müssen jeweils überlegen, welche Ereignisse unabhängig sind.
- Es scheint sinnvoll die Rechnungen für den Fall mit und ohne Explosion getrennt durchzuführen.
- Wir betrachten zunächst den Fall E mit Explosion.

Gegeben E

- $P(O_1|E) = P(O_2|E) = P(B_1|E) = P(B_2|E) = 0$
gesucht: $P(O|E) = P(O_1 \cup O_2|E)$ Sauerstoffversorgung

Gegeben E

- $P(O_1|E) = P(O_2|E) = P(B_1|E) = P(B_2|E) = 0$

- $$P(O|E) = P(O_1 \cup O_2|E) =$$
$$\underbrace{P(O_1|E)}_0 + \underbrace{P(O_2|E)}_0 - \underbrace{P(O_1 \cap O_2|E)}_{\geq 0} = 0$$

gesucht: $P(B|E) = P(B_1 \cup B_2|E)$ **Brennstoffzellen**

Gegeben E

- $P(O_1|E) = P(O_2|E) = P(B_1|E) = P(B_2|E) = 0$

- $$P(O|E) = P(O_1 \cup O_2|E) =$$
$$\underbrace{P(O_1|E)}_0 + \underbrace{P(O_2|E)}_0 - \underbrace{P(O_1 \cap O_2|E)}_{\geq 0} = 0$$

- $P(B|E) = P(B_1 \cup B_2|E) = \text{genauso} = 0$

gesucht: $P(S|E) = P(B \cap O)$ **Stromversorgung**

Gegeben E

- $P(O_1|E) = P(O_2|E) = P(B_1|E) = P(B_2|E) = 0$

- $P(O|E) = P(O_1 \cup O_2|E) =$
 $\underbrace{P(O_1|E)}_0 + \underbrace{P(O_2|E)}_0 - \underbrace{P(O_1 \cap O_2|E)}_{\geq 0} = 0$

- $P(B|E) = P(B_1 \cup B_2|E) = \text{genauso} = 0$

- $P(S|E) = P(B \cap O|E) \leq P(B|E) = 0$

gesucht: $P(SA|E) = P(SI \cap SA)$ **Steuerung arbeitet**

Gegeben E

- $P(O_1|E) = P(O_2|E) = P(B_1|E) = P(B_2|E) = 0$

- $$P(O|E) = P(O_1 \cup O_2|E) = \underbrace{P(O_1|E)}_0 + \underbrace{P(O_2|E)}_0 - \underbrace{P(O_1 \cap O_2|E)}_{\geq 0} = 0$$

- $P(B|E) = P(B_1 \cup B_2|E) = \text{genauso} = 0$

- $P(S|E) = P(B \cap O|E) \leq P(B|E) = 0$

- $P(SA|E) = P(SI \cap S|E) \leq P(S|E) = 0$

gesucht: $P(H|E), P(Z|E), P(R|E), \dots$ Hauptantrieb, Rettungsrakete,...

Gegeben E

- $P(O_1|E) = P(O_2|E) = P(B_1|E) = P(B_2|E) = 0$
- $P(O|E) = P(O_1 \cup O_2|E) =$
 $\underbrace{P(O_1|E)}_0 + \underbrace{P(O_2|E)}_0 - \underbrace{P(O_1 \cap O_2|E)}_{\geq 0} = 0$
- $P(B|E) = P(B_1 \cup B_2|E) = \text{genauso} = 0$
- $P(S|E) = P(B \cap O|E) \leq P(B|E) = 0$
- $P(SA|E) = P(SI \cap S|E) \leq P(S|E) = 0$
- $P(H|E) = P(Z|E) = P(R|E) = P(A|E) = P(M|E) =$
 $P(M|E) = 0$

Ohne Steuerung kein Hauptantrieb, keine
Rettungsrakete und kein Astronaut

Folgerung

Bei extremen Wahrscheinlichkeiten, zeichnet die Wahrscheinlichkeitsrechnung einfach logische Schlussweisen nach.

Weiter

Wir betrachten nun den Fall E^c , dass keine Explosion stattfindet.

Zunächst wollen wir wissen, wie wahrscheinlich die Sauerstoffversorgung ausfällt.

Redundante Sauerstofftanks

Gesucht: $P(O|E^c)$

Redundante Sauerstofftanks

Gesucht: $P(O|E^c)$

$$P(O|E^c) = P(O_1 \text{ oder } O_2|E^c)$$

Die Sauerstofftanks sind stochastisch unabhängig
(gegeben E^c)

Redundante Sauerstofftanks

Gesucht: $P(O|E^c)$

$$P(O|E^c) = P(O_1 \text{ oder } O_2|E^c)$$

Die Sauerstofftanks sind stochastisch unabhängig
(gegeben E^c)

$$P(O|E^c) = P(O_1 \cup O_2|E^c)$$

$$\text{Oder-Regel} = P(O_1) + P(O_2) - P(O_1 \cap O_2)$$

$$\text{Unabhängigkeit} = P(O_1) + P(O_2) - P(O_1)P(O_2)$$

$$\text{Einsetzen} = 0.99 + 0.99 - 0.99 \cdot 0.99$$

$$\text{Ausrechnen} = 0.99 + 0.99 - 0.9801 = 0.9999$$

Der Weg über das Gegenereignis

Gesucht: $P(O|E^c)$

$$P(O|E^c) = P(O_1 \text{ oder } O_2|E^c)$$

Die Sauerstofftankes sind stochastisch unabhängig
(gegeben E^c).

Der Weg über das Gegenereignis

Gesucht: $P(O|E^c)$

$$P(O|E^c) = P(O_1 \text{ oder } O_2|E^c)$$

Die Sauerstofftanks sind stochastisch unabhängig
(gegeben E^c).

$$P(O|E^c) = P(O_1 \cup O_2|E^c)$$

$$\text{Gegenereignis} = 1 - P((O_1 \cup O_2)^c|E^c)$$

$$\text{De Morgan} = 1 - P(O_1^c \cap O_2^c|E^c)$$

$$\text{Unabhängigkeit} = 1 - P(O_1^c|E^c)P(O_2^c|E^c)$$

$$\text{Gegenereignis} = 1 - (1 - P(O_1|E^c))(1 - P(O_2^c|E^c))$$

$$\text{Einsetzen} = 1 - (1 - 0.99)(1 - 0.99)$$

$$\text{Rechnen} = 1 - 0.01 \cdot 0.01$$

$$\text{Rechnen} = 1 - 0.0001$$

$$\text{Rechnen} = 0.9999$$

Redundante Systeme/Parallelschaltung

Allgemein

Schaltet man n unabhängige Systeme $i = 1, \dots, n$ mit Ausfallwahrscheinlichkeit p_i so zusammen, dass das Gesamtsystem nur ausfällt, wenn alle Systeme einzeln ausfallen, so können wir das wie folgt beschreiben:

- $A_i =$ System i fällt aus
- $P(A_i) = p_i$
- $A = A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n =$ Gesamtsystem fällt aus
- Die A_1, \dots, A_n sind stochastisch unabhängig.

$$P(A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n) = P(A_1)P(A_2) \cdot \dots \cdot P(A_n) = p_1 p_2 \cdot \dots \cdot p_n$$

- Bei gleichen Ausfallw'keiten p gilt:

$$P(A) = p^n$$

Bedingte Ausfallwahrscheinlichkeiten

Mit dieser Theorie gilt also für den Fall ohne Explosion:

$$P(O|E^c) = 1 - P(O^c|E^c) = 1 - 0.01^2 = 0.9999$$

$$P(B|E^c) = 1 - P(B^c|E^c) = 1 - 0.01^2 = 0.9999$$

So lassen sich die Ausfallwahrscheinlichkeiten viel schneller berechnen.

Abschätzungen bei Abhängigkeit

- Was passiert, wenn die System nicht unabhängig ausfallen?

Abschätzungen bei Abhängigkeit

- Was passiert, wenn die System nicht unabhängig ausfallen?
- Schlimmster Fall: Ausfälle treten gemeinsam auf Charge entweder gut oder schlecht.

$$P(A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n) \leq \min_i P(A_i)$$

Abschätzungen bei Abhängigkeit

- Was passiert, wenn die System nicht unabhängig ausfallen?
- Schlimmster Fall: Ausfälle treten gemeinsam auf Charge entweder gut oder schlecht.

$$P(A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n) \leq \min_i P(A_i)$$

- Bester Fall: Ausfälle schließen sich aus.
Ist Ventil a kaputt, so liegt an Ventil b kaum Druck an.

$$0 \leq P(A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n)$$

Abschätzungen bei Abhängigkeit

- Was passiert, wenn die System nicht unabhängig ausfallen?
- Schlimmster Fall: Ausfälle treten gemeinsam auf Charge entweder gut oder schlecht.

$$P(A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n) \leq \min_i P(A_i)$$

- Bester Fall: Ausfälle schließen sich aus.
Ist Ventil a kaputt, so liegt an Ventil b kaum Druck an.

$$0 \leq P(A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n)$$

- Aber: Vorsicht: Modellierungsfehler
Was passiert, wenn sich die Bauteile im Defektfall gegenseitig zerstören?

Stromversorgung braucht O und B

Wie zuverlässig ist die Stromversorgung?

gesucht: $P(S) = P(O \cap B)$

Stromversorgung braucht O und B

Wie zuverlässig ist die Stromversorgung?

gesucht: $P(S) = P(O \cap B)$

Sehr einfach bei Unabhängigkeit:

$$P(S) = P(O \cap B) = P(O)P(B) = 0.9999 \cdot 0.9999 = 0.99980001$$

Mehrteilige System/Reihenschaltung

Allgemein

Schaltet man n unabhängige Systeme $i = 1, \dots, n$ mit Ausfallwahrscheinlichkeiten p_i so zusammen, dass das Gesamtsystem ausfällt sobald eines der Systeme ausfällt, so könne wir das wie folgt modellieren:

- $A_i =$ System i fällt aus
- $P(A_i) = p_i, P(A_i^c) = 1 - p_i = q_i$
- $A = A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n =$ Gesamtsystem fällt aus
- Die A_1, \dots, A_n sind stochastisch unabhängig.

$$\begin{aligned} P(A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n) &= 1 - P(A_1^c \cap A_2^c \cap \dots \cap A_n^c) \\ &= 1 - q_1 q_2 \dots q_n \end{aligned}$$

- Haben die Einzelsystem die gleiche Ausfallwahrscheinlichkeit p , so gilt:

$$P(A) = 1 - (1 - p)^n = 1 - q^n$$

- Ist q fast 1, so gilt: $P(A) \approx 1 - np$

Reihenschaltung bei Abhängigkeit

- Was passiert, wenn die System nicht unabhängig ausfallen?

Reihenschaltung bei Abhängigkeit

- Was passiert, wenn die System nicht unabhängig ausfallen?
- Schlimmster Fall: Ausfälle schließen sich aus
z.B. wenn der erste Ausfall sofort zum Abbruch führt.

$$P(A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n) \leq P(A_1) + P(A_2) + \dots + P(A_n)$$

Reihenschaltung bei Abhängigkeit

- Was passiert, wenn die System nicht unabhängig ausfallen?
- Schlimmster Fall: Ausfälle schließen sich aus
z.B. wenn der erste Ausfall sofort zum Abbruch führt.

$$P(A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n) \leq P(A_1) + P(A_2) + \dots + P(A_n)$$

- Bester Fall: Ausfälle treten gemeinsam auf.
z.B. wenn beide Ausfälle von der gleichen Ursache abhängen.

$$\max_i P(A_i) \leq P(A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n)$$

Reihenschaltung bei Abhängigkeit

- Was passiert, wenn die System nicht unabhängig ausfallen?
- Schlimmster Fall: Ausfälle schließen sich aus
z.B. wenn der erste Ausfall sofort zum Abbruch führt.

$$P(A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n) \leq P(A_1) + P(A_2) + \dots + P(A_n)$$

- Bester Fall: Ausfälle treten gemeinsam auf.
z.B. wenn beide Ausfälle von der gleichen Ursache abhängen.

$$\max_i P(A_i) \leq P(A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n)$$

- Aber: Vorsicht: Modellierungsfehler
Was passiert, wenn sich die Bauteile im Defektfall gegenseitig zerstören?

Weiter Ereignisse (gegeben E^c)

- $P(O|E^c) = P(O_1 \cup O_2|E^c) = 0.9999$
Sauerstoffversorgung funktioniert

Weiter Ereignisse (gegeben E^c)

- $P(O|E^c) = P(O_1 \cup O_2|E^c) = 0.9999$
Sauerstoffversorgung funktioniert
- $P(B|E^c) = P(B_1 \cup B_2|E^c) = 0.9999$ Brennstoffzellen
betriebsbereit

Weiter Ereignisse (gegeben E^c)

- $P(O|E^c) = P(O_1 \cup O_2|E^c) = 0.9999$
Sauerstoffversorgung funktioniert
- $P(B|E^c) = P(B_1 \cup B_2|E^c) = 0.9999$ Brennstoffzellen
betriebsbereit
- $P(S) = 1 - 0.9999^2 = 0.99980001$ Stromversorgung wird
aufrecht erhalten

Weiter Ereignisse (gegeben E^c)

- $P(O|E^c) = P(O_1 \cup O_2|E^c) = 0.9999$ Sauerstoffversorgung funktioniert
- $P(B|E^c) = P(B_1 \cup B_2|E^c) = 0.9999$ Brennstoffzellen betriebsbereit
- $P(S) = 1 - 0.9999^2 = 0.99980001$ Stromversorgung wird aufrecht erhalten
- $P(SA) = P(SI \cap S)$ Steuerungscomputer arbeitet

$$P(SA) = P(SI)P(S) = 0.9998001 * 0.9999 \approx 0.9997$$

Weiter Ereignisse (gegeben E^c)

- $P(O|E^c) = P(O_1 \cup O_2|E^c) = 0.9999$ Sauerstoffversorgung funktioniert
- $P(B|E^c) = P(B_1 \cup B_2|E^c) = 0.9999$ Brennstoffzellen betriebsbereit
- $P(S) = 1 - 0.9999^2 = 0.99980001$ Stromversorgung wird aufrecht erhalten
- $P(SA) = P(SI \cap S)$ Steuerungscomputer arbeitet

$$P(SA) = P(SI)P(S) = 0.9998001 * 0.9999 \approx 0.9997$$

- $P(H) = P(SA \cap HI)$ Hauptantrieb arbeitet

$$P(H) = P(SA)P(HI) = P(SA) * 0.97 \approx 0.969709$$

Weiter Ereignisse (gegeben E^c)

- $P(O|E^c) = P(O_1 \cup O_2|E^c) = 0.9999$ Sauerstoffversorgung funktioniert
- $P(B|E^c) = P(B_1 \cup B_2|E^c) = 0.9999$ Brennstoffzellen betriebsbereit
- $P(S) = 1 - 0.9999^2 = 0.99980001$ Stromversorgung wird aufrecht erhalten
- $P(SA) = P(SI \cap S)$ Steuerungscomputer arbeitet

$$P(SA) = P(SI)P(S) = 0.9998001 * 0.9999 \approx 0.9997$$

- $P(H) = P(SA \cap HI)$ Hauptantrieb arbeitet

$$P(H) = P(SA)P(HI) = P(SA) * 0.97 \approx 0.969709$$

- $P(Z) = H^c \cap SA$ = Zündung der Rettungsrakete erfolgt
Problematisch: Hier keine Unabhängigkeit.

Zündung der Rettungsrakete

- Modell:
Problem: H^c und SA sind abhängig.
Wir müssen uns etwas ausdenken:

Zündung der Rettungsrakete

- Modell:
Problem: H^c und SA sind abhängig.
Wir müssen uns etwas ausdenken:
- z.B.: Es gilt sogar $H \subset SA$

Zündung der Rettungsrakete

- Modell:
Problem: H^c und SA sind abhängig.
Wir müssen uns etwas ausdenken:
- z.B.: Es gilt sogar $H \subset SA$
- Also $P(Z|E^c) = P(SA \cap H^c|E^c) = P(SA \setminus H|E^c) = P(SA|E^c) - P(H|E^c) \approx 0.9997 - 0.969709 = 0.029991$

Allgemeinere Idee

Allgemeinere Idee: Bedingen an gemeinsamen Ursachen

- $P(Z|SA^c \cap E^c) = P(H^c \cap SA|SA^c \cap E^c) = 0$
Weil SA und SA^c sich ausschließen.
- $P(Z|SA|E^c) = 1 - P(HI)$ siehe nächste Folie

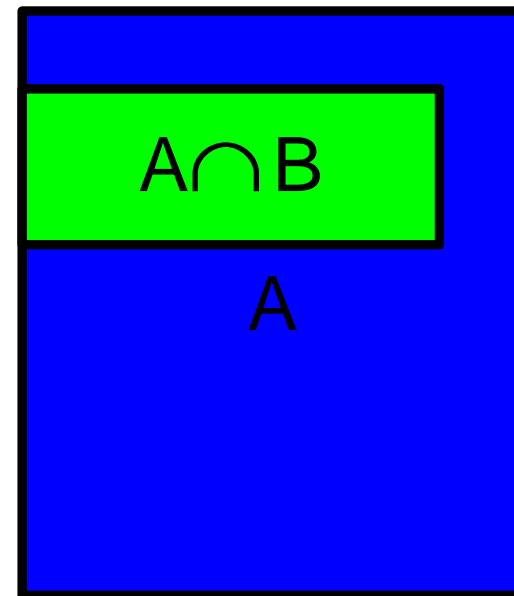
Problem: wie kombiniert man bedingte
Wahrscheinlichkeiten.

Nebenrechnung

$$\begin{aligned}P(Z|SA|E^c) &= P(H^c \cap SA|SA|E^c) \\&= \frac{P(H^c \cap SA \cap SA|E^c)}{P(SA|E^c)} \\&= P(H^c|SA|E^c) \\&= P((HI \cap SA)^c|SA|E^c) \\&= P(HI^c \cup SA^c|SA|E^c) \\&= \frac{P((HI^c \cup SA^c) \cap SA|E^c)}{P(SA|E^c)} \\&= P(HI^c|SA|E^c) \\&= P(HI^c) \\&= 1 - P(HI)\end{aligned}$$

Totale Wahrscheinlichkeit

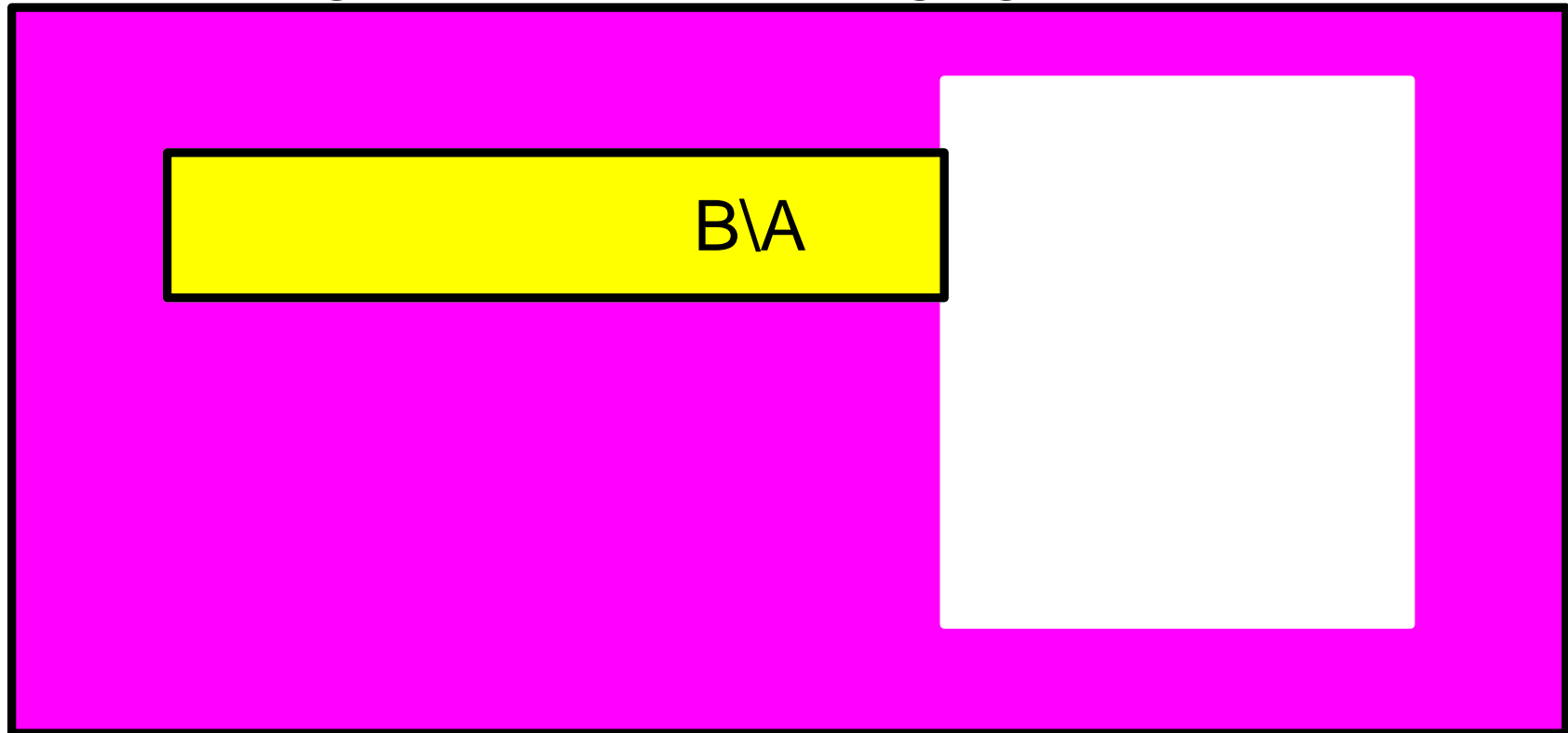
Bedingte W'keit von B gegeben A



$$P(A \cap B) = P(A)P(B|A)$$

Totale Wahrscheinlichkeit

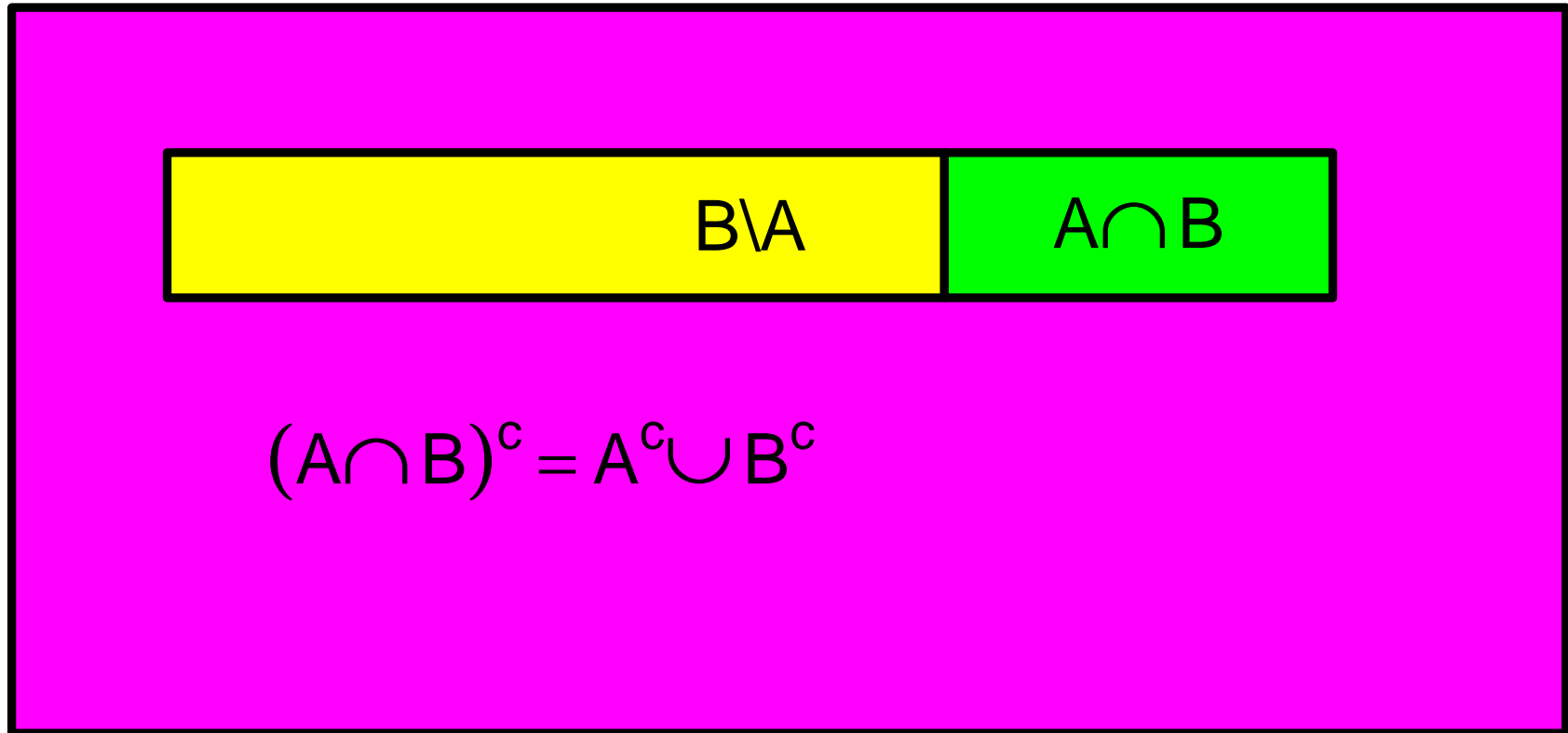
Bedingte W'keit von B gegeben nicht A



$$P(A^c \cap B) = P(A^c)P(B|A^c)$$

Totale Wahrscheinlichkeit

Totale Wahrscheinlichkeit



$$P(B) = P(A)P(B|A) + P(A^c)P(B|A^c)$$

Satz von der totalen Wahrscheinlichkeit

Satz: (Satz von der totalen Wahrscheinlichkeit)

Seien A_1, \dots, A_n unvereinbare Ereignisse mit

$$A_1 \dot{\cup} A_2 \dot{\cup} \dots A_n = \Omega$$

So gilt für jedes B :

$$P(B) = P(A_1)P(B|A_1) + P(A_2)P(B|A_2) + \dots + P(A_n)P(B|A_n)$$

Zündung der Rettungsrakete

- Bekannt

$$P(Z|SA|E^c) = 1 - P(HI) = 1 - 0.97 = 0.03$$

$$P(Z|SA^c|E^c) = 0$$

$$P(SA|E^c) \approx 0.9997$$

$$P(SA^c|E^c) \approx 0.0003$$

- Satz von der totalen Wahrscheinlichkeit

$$P(Z|E^c) = 0.9997 * 0.03 + 0.0003 * 0 = 0.029991$$

Weiter Ereignisse (gegeben E^c)

- $P(RA|E^c) = P(RI \cap Z|E^c)$ Rettungsrakete arbeitet
 $= P(Z|E^c) * P(RI) = 0.029991 * 0.95 \approx 0.02849$

Weiter Ereignisse (gegeben E^c)

- $P(RA|E^c) = P(RI \cap Z|E^c)$ Rettungsrakete arbeitet
 $= P(Z|E^c) * P(RI) = 0.029991 * 0.95 \approx 0.02849$

- A =Astronaut überlebt $= (H \dot{\cup} RA) \cap O$.
Zunächst $H \dot{\cup} RA$ sind unvereinbar:

$$P(H \dot{\cup} RA) = P(H) + P(RA) = 0.969709 + 0.02849 \approx 0.9982$$

Weiter Ereignisse (gegeben E^c)

- $P(RA|E^c) = P(RI \cap Z|E^c)$ Rettungsrakete arbeitet
 $= P(Z|E^c) * P(RI) = 0.029991 * 0.95 \approx 0.02849$

- $A = \text{Astronaut überlebt} = (H \dot{\cup} RA) \cap O$.
Zunächst $H \dot{\cup} RA$ sind unvereinbar:

$$P(H \dot{\cup} RA) = P(H) + P(RA) = 0.969709 + 0.02849 \approx 0.9982$$

- Wenn O^c , dann kein Strom und somit kein RA und keine H also:

$$O \subset H \dot{\cup} RA \text{ und somit } (H \dot{\cup} RA) \cap O = H \dot{\cup} RA.$$

Also:

$$P(A) = 0.9982$$

weitere Ereignisse

- $U = \text{Umlaufbahn wird erreicht} = H \cap RA^c$
 RA und H unvereinbar, also $RA^c \subset H$
 $P(U|E^c) = P(H|E^c) = 0.969709$

weitere Ereignisse

- U =Umlaufbahn wird erreicht = $H \cap RA^c$
 RA und H unvereinbar, also $RA^c \subset H$
 $P(U|E^c) = P(H|E^c) = 0.969709$

- M =Mission erfolgreich = $A \cap U$
Wenn der Hauptantrieb funktioniert, dann auch die Sauerstoffversorgung, also überlebt der Pilot.
 $P(M|E^c) = P(U|E^c) = 0.969709$

Totale Wahrscheinlichkeiten

- $$P(A) = P(E)P(A|E) + P(E^c)P(A|E^c) = 0.001 * 0 + 0.999 * 0.9982 \approx 0.9972$$

Totale Wahrscheinlichkeiten

- $P(A) = P(E)P(A|E) + P(E^c)P(A|E^c) = 0.001 * 0 + 0.999 * 0.9982 \approx 0.9972$

- $P(M) = P(E)P(M|E) + P(E^c)P(M|E^c) = 0.001 * 0 + 0.999 * 0.969709 \approx 0.9687$

Beobachtungen

$$1 - 0.9687 \approx \underbrace{0.03}_{P(HI^c)} + \underbrace{0.001}_{P(E)} + \underbrace{0.0001}_{P(O^c)} + \underbrace{0.0001}_{P(B^c)} + \underbrace{0.0001}_{P(SI^c)}$$

- Redundante Systeme sind erheblich zuverlässiger.

Beobachtungen

$$1 - 0.9687 \approx \underbrace{0.03}_{P(HI^c)} + \underbrace{0.001}_{P(E)} + \underbrace{0.0001}_{P(O^c)} + \underbrace{0.0001}_{P(B^c)} + \underbrace{0.0001}_{P(SI^c)}$$

- Redundante Systeme sind erheblich zuverlässiger.
- Der nichtredundante Hauptantrieb dominiert die Ausfallwahrscheinlichkeit.

Beobachtungen

$$1 - 0.9687 \approx \underbrace{0.03}_{P(HI^c)} + \underbrace{0.001}_{P(E)} + \underbrace{0.0001}_{P(O^c)} + \underbrace{0.0001}_{P(B^c)} + \underbrace{0.0001}_{P(SI^c)}$$

- Redundante Systeme sind erheblich zuverlässiger.
- Der nichtredundante Hauptantrieb dominiert die Ausfallwahrscheinlichkeit.
- Gemeinsame Ursachen (Explosion) steigern die Ausfallwahrscheinlichkeit relevant

Beobachtungen

$$1 - 0.9687 \approx \underbrace{0.03}_{P(HI^c)} + \underbrace{0.001}_{P(E)} + \underbrace{0.0001}_{P(O^c)} + \underbrace{0.0001}_{P(B^c)} + \underbrace{0.0001}_{P(SI^c)}$$

- Redundante Systeme sind erheblich zuverlässiger.
- Der nichtredundante Hauptantrieb dominiert die Ausfallwahrscheinlichkeit.
- Gemeinsame Ursachen (Explosion) steigern die Ausfallwahrscheinlichkeit relevant
- Abhängige Systeme sind anfälliger.

Beobachtungen

$$1 - 0.9687 \approx \underbrace{0.03}_{P(HI^c)} + \underbrace{0.001}_{P(E)} + \underbrace{0.0001}_{P(O^c)} + \underbrace{0.0001}_{P(B^c)} + \underbrace{0.0001}_{P(SI^c)}$$

- Redundante Systeme sind erheblich zuverlässiger.
- Der nichtredundante Hauptantrieb dominiert die Ausfallwahrscheinlichkeit.
- Gemeinsame Ursachen (Explosion) steigern die Ausfallwahrscheinlichkeit relevant
- Abhängige Systeme sind anfälliger.
- Rettungssystem hat Überlebenschancen beträchtlich gesteigert.

Zusammenfassung

- Modellierung

Zusammenfassung

- Modellierung
- Redundante Systeme

Zusammenfassung

- Modellierung
- Redundante Systeme
- Reihensysteme

Zusammenfassung

- Modellierung
- Redundante Systeme
- Reihensysteme
- Totale Wahrscheinlichkeit

Zusammenfassung

- Modellierung
- Redundante Systeme
- Reihensysteme
- Totale Wahrscheinlichkeit
- Kreativ rechnen

Zusammenfassung

- Modellierung
- Redundante Systeme
- Reihensysteme
- Totale Wahrscheinlichkeit
- Kreativ rechnen
- Logik ausnutzen